

---

# **MASTERARBEIT**

---

Dipl.-Math.(FH)  
**Danny Möbius**

## **Verfahren zur Übertragung von gemessenen Bewegungsdaten auf ein biomechanisches Menschmodell**

2010



# **MASTERARBEIT**

---

## **Verfahren zur Übertragung von gemessenen Bewegungsdaten auf ein biomechanisches Menschmodell**

Autor:

**Danny Möbius**

Studiengang:

Diskrete und Computerorientierte Mathematik

Seminargruppe:

ZD08w1

Erstprüfer:

Prof. Dr. rer. nat. habil. Thomas Villmann

Zweitprüfer:

Dipl.-Math. Heike Hermsdorf

Mittweida, 2010



---

## **Bibliografische Angaben**

Möbius, Danny: Verfahren zur Übertragung von gemessenen Bewegungsdaten auf ein biomechanisches Menschmodell, 85 Seiten, 37 Abbildungen, Hochschule Mittweida (FH), Fakultät Mathematik/Naturwissenschaften/Informatik

Masterarbeit, 2010

Satz:  $\text{\LaTeX}$

## **Referat**

Für die Untersuchung von Bewegungen menschlicher Probanden werden diese Bewegungen mit Hilfe von Motion-Capture-Systemen gemessen. Diese gemessenen Daten müssen auf ein biomechanisches Menschmodell übertragen werden, welches zuvor entsprechend den anthropometrischen Werten des Probanden parametrisiert werden muss. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der automatischen Bestimmung der anthropometrischen Daten und der Übertragung der Bewegungsdaten mittels inverser Kinematik.



# I. Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis .....	I
Abbildungsverzeichnis .....	II
1    Einleitung .....	1
2    Überblick .....	3
2.1  Einleitung .....	3
2.2  Simulation und Bewertung menschlicher Bewegungen .....	3
2.3  Übertragung der Bewegungsdaten .....	5
2.4  Aktuelle Situation .....	5
2.5  Zielstellung .....	6
3    Grundlagen .....	7
3.1  Einleitung .....	7
3.2  Bezugssysteme .....	7
3.3  Starrkörper und Mehrkörpersystem .....	8
3.4  Vorwärtskinematik .....	9
3.5  Prinzip der Inversen Kinematik .....	10
3.6  Inverse Kinematik in der Bewegungsanalyse .....	12
4    Biomechanisches Menschmodell .....	15
4.1  Übersicht .....	15
4.2  Modellaufbau Dynamicus .....	15
4.3  Reduziertes Modell für die unteren Extremitäten .....	16
4.4  Vorwärtskinematik .....	18
4.5  Komponenten für Sensoren .....	18
4.6  Modellkomponenten für die Einschränkung der Bewegung in den Gelenken .....	19
4.7  Bekannte Grenzen des Modells .....	19
5    Bewegungserfassung .....	21
5.1  Methoden .....	21
5.2  Anwendung .....	22
5.3  Sensorkonfigurationen .....	23

6	Kalibrierung des Menschmodells .....	25
6.1	Einleitung .....	25
6.2	Ablauf der Kalibrierung .....	26
6.3	Ermittlung des Zentrums eines Gelenks .....	27
6.4	Festlegung der Segment-Koordinatensysteme .....	31
6.5	Berechnung der Segmentlängen und Anpassung des Modells .....	32
6.6	Bestimmung der Sensorkonfiguration .....	32
6.7	Kalibrierübungen .....	33
6.8	Bestimmung der Haltung des Modells .....	34
6.9	Zusammenfassung .....	34
7	Inverse Kinematik.....	35
7.1	Einleitung .....	35
7.2	Grundlagen des Verfahrens .....	35
7.3	Berechnung der Kräfte (Anwendung auf das Menschmodell) .....	36
7.4	Zusammenfassung der Kräfte .....	39
7.5	Aufstellen des Gleichungssystems .....	40
7.6	Lösung des Gleichungssystems .....	41
7.7	Gesamtverfahren .....	42
7.8	Diskussion des Verfahrens .....	42
8	Umsetzung.....	47
8.1	Softwarebasis.....	47
8.2	Erzeugung virtueller Messdaten .....	47
8.3	Modell für die inverse Kinematik .....	48
8.4	Kalibrierung .....	48
8.5	Steuerung .....	49
9	Ergebnisse .....	51
9.1	Überblick .....	51
9.2	Vorbemerkungen .....	51
9.3	Variante 1: Positionssensoren .....	53
9.4	Variante 2: kombinierte Sensoren .....	63
9.5	Kalibrierung .....	70



---

9.6	Kalibrierung und inverse Kinematik mit realen Messwerten .....	72
9.7	Ergebniszusammenfassung.....	73
10	Zusammenfassung und Ausblick .....	75
10.1	Offene Probleme.....	75
11	Anhang .....	77
11.1	Parametrisierung von Orientierungen .....	77
11.2	Singulärwertzerlegung .....	78
11.3	Ermittlung der Lageänderung eines starren Körpers .....	79
	Literaturverzeichnis .....	83



## II. Abbildungsverzeichnis

2-1	Ablauf einer Bewegungsuntersuchung (Quelle: IfM Chemnitz) .....	4
3-1	Doppelpendel in der Ebene .....	9
3-2	Vorgabe eines Endpunktes für das Doppelpendel (links) und Lösung (rechts).....	11
3-3	Für den vorgegebenen Zielpunkt $\mathbf{t}$ existieren zwei Lösungen (linke Seite). Auf der rechten Seite ist dagegen ein Punkt vorgegeben, der nicht erreicht werden kann. ....	11
4-1	Schematischer Aufbau des Menschmodells alaska/Dynamicus (Quelle: IfM Chemnitz)	16
4-2	Aufbau eines Gelenks .....	17
4-3	Reduziertes Modell mit den Bezeichnungen für Segmentkörper und Gelenke. ....	17
4-4	Aufbau einer Tracking-Komponente .....	18
6-1	Menschmodell mit benötigten Maßen .....	25
6-2	Situation und Bezeichnungen für die Bestimmung des Gelenkzentrum. ....	28
7-1	Kräfte und Momente am Einfachpendel. ....	39
7-2	Ebenes Einfachpendel.....	44
7-3	Lage des Einfachpendels nach Ausführung des ersten Newton-Schrittes mit $\lambda = 1$ (links) und mit $\lambda \approx 1e - 6$ (rechts). ....	46
8-1	Viewer-Ansicht des Modells mit Sensoren. ....	49
9-1	Anordnung der Sensoren .....	53
9-2	Vergleich der berechneten und der vorgegebenen Gelenkwinkel des linken und rechten Kniegelenks bei Verwendung konsistenter Daten.....	54
9-3	Vergleich der berechneten und der vorgegebenen Gelenkwinkel des linken Hüftgelenks bei Verwendung konsistenter Daten.....	55
9-4	Vergleich der berechneten und der gemessenen Koordinaten der Position des Sensor LFoot2 auf dem linken Fuss.....	55
9-5	Vergleich der Gelenkwinkel des linken Hüftgelenks beim Ausfall beider Sensoren auf dem linken Oberschenkel zwischen den Zeitpunkten 3.0 s und 3.5 s.....	56
9-6	Vergleich der Gelenkwinkel des linken Kniegelenks beim Ausfall beider Sensoren auf dem linken Oberschenkel zwischen den Zeitpunkten 3.0 s und 3.5 s.....	57

9-7	Vergleich der Gelenkwinkel des rechten Kniegelenks beim Ausfall beider Sensoren auf dem linken Oberschenkel zwischen den Zeitpunkten 3.0 s und 3.5 s. ....	57
9-8	Verlauf der Gelenkwinkel im linken Sprunggelenk bei fehlendem Sensor LFoot1 und Sperrung der rotation im Sprunggelenk. ....	59
9-9	Verlauf der Gelenkwinkel im linken Sprunggelenk bei fehlendem Sensor LFoot1 und Sperrung der Rotation im linken Kniegelenk. ....	59
9-10	Gelenkwinkelverlauf Sprunggelenk links bei fehlerbehafteter Position des Sensors LFoot2 ....	61
9-11	Vergleich Gelenkwinkel Kniegelenk links bei fehlerbehafteter Position des Sensors LFoot2 ....	61
9-12	Modell mit der Sensor-Anordnung für Variante 2 ....	63
9-13	Vergleich der Gelenkwinkel im linken Hüftgelenk bei konsistenten Messdaten. ....	64
9-14	Werte der Koordinaten des Sensors auf dem linken Oberschenkel bei konsistenten Messdaten. ....	65
9-15	Orientierung des Sensors auf dem linken Oberschenkel bei konsistenten Messdaten. ....	65
9-16	Gelenkwinkelverlauf im linken Kniegelenk bei Sperrung der Rotation im linken Sprunggelenk und fehlendem Sensor LFoot. ....	66
9-17	Gelenkwinkelverlauf im linken Sprunggelenk bei Sperrung der Längsrotation in diesem Gelenk und fehlendem Sensor LLowerLeg. ....	67
9-18	Gelenkwinkelverlauf im linken Kniegelenk bei Sperrung der Längsrotation im linken Sprunggelenk und fehlendem Sensor LLowerLeg. ....	67
9-19	Vergleich der berechneten und vorgegebenen Gelenkwinkel des rechten Sprunggelenks bei einer Verschiebung des Sensors RFoot um 3 cm. ....	69
9-20	Vergleich der berechneten und vorgegebenen Gelenkwinkel des rechten Sprunggelenks bei einer Verdrehung des Sensors RFoot um ca. 10°) in der 1-Achse. ....	69
9-21	Vergleich der aus realen Messdaten berechneten Gelenkwinkel mit den durch alaska/Dynamicus bestimmten Gelenkwinkel im linken Hüftgelenk. ....	74
9-22	Vergleich der aus realen Messdaten berechneten Gelenkwinkel mit den durch alaska/Dynamicus bestimmten Gelenkwinkel im linken Kniegelenk. ....	74
11-1	Punkte auf einem Starrkörper und Bezeichnungen vor und nach der Lageänderung...	80

# 1 Einleitung

Die Untersuchung menschlicher Bewegungen ist in verschiedenen gesellschaftlichen Bereichen von Interesse. Zu diesen Bereichen gehören beispielsweise Leistungssport, medizinische Rehabilitation und Ergonomie. Im Leistungssport kann durch Modifikation von Bewegungsabläufen eine Leistungssteigerung erzielt werden. Die Untersuchung von Patienten nach Operationen, z. B. der Implantation künstlicher Gelenke, kann Aufschluss über Operationsfehler liefern, oder dem Patienten Hinweise auf eventuelle falsche Bewegungen geben. Ähnliches gilt für die Ergonomie mit dem Ziel, Arbeiter bei hoher körperlicher Belastung vor gesundheitlichen Schäden zu bewahren. Die Bewertung der Bewegung erfolgt anhand biomechanischer Kenngrößen.

Voraussetzung für die Bewegungsanalyse ist die Messung der Bewegung des Probanden und die Übertragung der Messdaten auf ein digitales Menschmodell, das den Aufbau des menschlichen Bewegungsapparates im Rechner nachbildet. Dadurch ist eine objektive Bewertung möglich, die sich an physikalischen Kenngrößen orientiert. Für die Messung von Bewegungen stehen verschiedene Prinzipien zur Verfügung, mit Vor- und Nachteilen, die bei der Übertragung der Messdaten auf ein Menschmodell berücksichtigt werden müssen. Moderne Motion-Capture-Systeme liefern Messdaten mit nur geringer zeitlicher Verzögerung. Das eröffnet die Möglichkeit, einem Probanden schnell eine Rückmeldung über seine Bewegung zu geben, wenn die Übertragung der Messdaten auf das Menschmodell schnell erfolgt. Das Ziel dieser Arbeit besteht in der Entwicklung von Methoden zur Übertragung von Daten der Bewegungsmessung auf ein Menschmodell, die zum einen flexibel mit Defekten bei der Bewegungsmessung umgehen können und zum anderen möglichst schnell und mit konstanter Rechenzeit je zu übertragender Pose arbeiten. Damit können diese Methoden künftig auch für Echtzeitanwendungen angewendet werden.



## 2 Überblick

### 2.1 Einleitung

Am Institut für Mechatronik e. V. Chemnitz (IfM) werden seit vielen Jahren Bewegungsuntersuchungen durchgeführt. Dabei wird ein biomechanisches Menschmodell verwendet, das detailliert und ausgereift ist. Im Hinblick auf zukünftige Aufgabenstellungen, wie etwa Echtzeitanwendungen, entspricht es jedoch in einigen Punkten nicht den Anforderungen. Um solche Aufgaben besser bewältigen zu können, wird daher derzeit ein neues Menschmodell entwickelt, in das die Erfahrungen mit dem vorhandenen Modell einfließen, wobei bekannte Schwachpunkte vermieden werden müssen. Diese Arbeit soll dabei einen Beitrag leisten.

Dieses Kapitel liefert einen Überblick über die Aufgabenstellung der Bewegungsuntersuchung, sowie die Aufgabenstellung der Arbeit. Dabei wird zunächst der typische Arbeitsablauf dargestellt und anschließend die aktuelle Situation beschrieben. Danach werden die Zielstellung und Inhalt der Arbeit dargelegt.

### 2.2 Simulation und Bewertung menschlicher Bewegungen

Die Untersuchung einer Bewegung (am IfM) läuft typischerweise wie in Abbildung 2-1 dargestellt ab. Dabei sind vor allem die folgenden fünf Abschnitte von Bedeutung

1. **Bewegungserfassung**

Die Bewegungserfassung erfolgt mit Motion-Capture-Verfahren, die auf verschiedenen Methoden basieren. Welche Methode konkret verwendet wird, hängt vom konkreten Anwendungsfall ab und ist entscheidend für die darauffolgenden Schritte. Ein kurzer Überblick über die für diese Arbeit relevanten Methoden erfolgt im Kapitel 5.

2. **Postprocessing der Rohdaten**

Die Bewegungserfassung liefert Rohdaten, die zunächst überarbeitet werden müssen. Die Daten werden dabei geglättet und fehlende Werte durch Interpolation ergänzt.

3. **Übertragung der Bewegungsdaten auf das Menschmodell**

Grundlage einer Bewegungssimulation ist ein geeignetes biomechanisches Modell, auf das die Messdaten übertragen werden. Die Beschreibung eines solchen Modells ist im Kapitel 4.2 zu finden. Der Hauptgegenstand dieser Arbeit ist die Übertragung der Bewegungsdaten auf ein biomechanisches Menschmodell. Ein

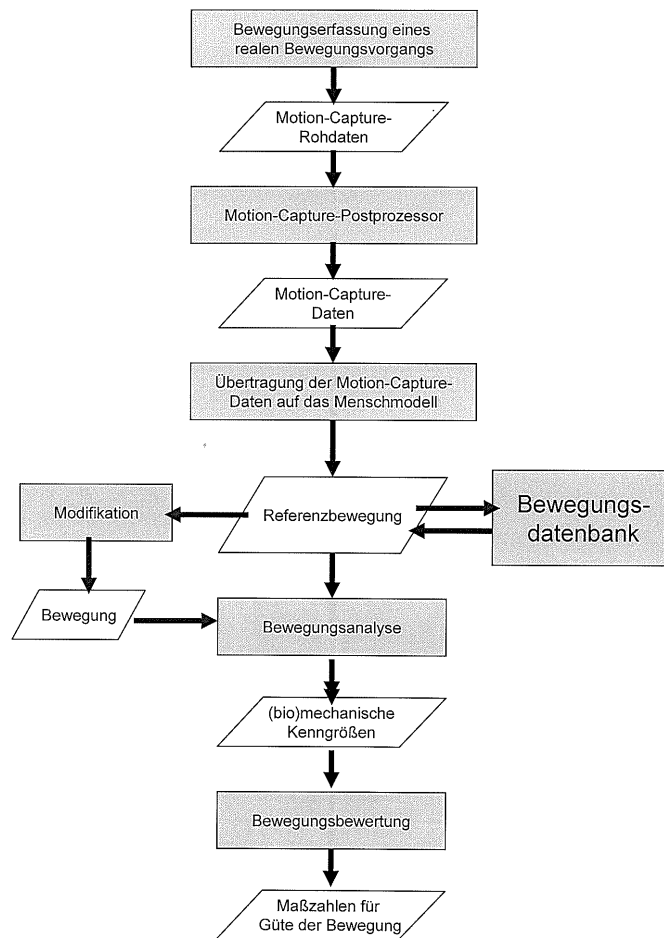


Abbildung 2-1: Ablauf einer Bewegungsuntersuchung (Quelle: IfM Chemnitz)

Überblick über die notwendigen Teilschritte wird im Abschnitt 2.3 gegeben.

#### 4. Bewegungsanalyse

Nach erfolgreicher Übertragung der Daten kann eine Bewegungsanalyse durchgeführt werden. Bei der Bewegungsanalyse werden für jeden Zeitschritt die Bewegungsgleichungen des Menschmodells aufgestellt und gelöst. Es werden vielfältige mechanische und biomechanische Ergebnisgrößen ermittelt, wie z. B. Gelenkwinkel, Gelenkkräfte, Körperschwerpunkt.

#### 5. Bewegungsbewertung

Die Ergebnisse der Bewegungsanalyse erlauben eine Bewertung der Bewegung. Diese Bewertung erfolgt stets anwendungsspezifisch, d. h. für verschiedene Anwendungsgebiete, wie etwa den Hochleistungssport oder die Ganganalyse, stehen unterschiedliche Algorithmen zur Bewertung zur Verfügung. Die umfangreichen Ergebnisse der Bewegungsanalyse werden damit auf wenige Kenngrößen,



die eine Bewertung ermöglichen, reduziert. Beispiele dafür sind die Schrittlänge bei der Ganganalyse oder die maximale Geschwindigkeit beim Absprung für Bewegungen im Bereich des Sports.

## 2.3 Übertragung der Bewegungsdaten

Die Übertragung der Bewegungsdaten auf das biomechanische Menschmodell kann in drei Schritte unterteilt werden:

### 1. Kalibrierung des Menschmodells

Das Menschmodell wird an die anthropometrischen Daten des Probanden und an die verwendete Sensorkonfiguration des Motion-Capturings angepasst.

### 2. Bestimmung der Anfangshaltung

Das Menschmodell muss näherungsweise in diejenige Haltung gebracht werden, in der sich der Proband zum Zeitpunkt des Beginns der Bewegungserfassung befand. Dieser Schritt ist nötig, um gute Startbedingungen für den Lösungsalgorithmus des folgenden Schrittes zu erhalten. Die Bestimmung der Anfangshaltung ist nicht primär Gegenstand dieser Arbeit. Es werden lediglich praktikable Vorschläge entwickelt, wie die Anfangshaltung vorgegeben werden kann.

### 3. Bewegungssimulation

Die Inverse Kinematik berechnet für jeden gemessenen Zeitschritt eine Haltung des Menschmodells, die den gemessenen Bewegungsdaten bestmöglich entspricht. Dies wird im Kapitel 7 beschrieben.

## 2.4 Aktuelle Situation

Am Institut für Mechatronik wird das Menschmodell alaska/Dynamicus entwickelt und angewendet. Dieses basiert auf der Mehrkörpersimulationssoftware alaska, die ebenfalls am IfM entwickelt wurde. alaska/Dynamicus ist ein spezielles Modell für die Mehrkörpersimulationssoftware alaska und verwendet dessen Modellbeschreibungssprache und Benutzeroberfläche.

Die Übertragung der Bewegungsdaten entsprechend der Schritte aus Abschnitt 2.3 wird folgendermaßen durchgeführt:

### 1. Kalibrierung des Menschmodells

Es werden anthropometrische Leitmaße, die aus einer Probandenvermessung stammen, vorgegeben. Daraus erfolgt die Berechnung eines vollständigen anthropometrischen Datensatzes unter der Verwendung von Regressionsformeln. Damit ergibt sich eine Schätzung für die Länge der Segmente, die von den realen Abmessungen abweichen kann. Sensor-Modellkomponenten werden manuell

eingefügt. Die Positionierung und Orientierung dieser Modellkomponenten erfolgt ebenfalls manuell, was zeitaufwendig und ungenau ist.

## 2. Bestimmung der Anfangshaltung

Die Anfangshaltung des Modells wird vom Anwender vorgegeben. Eine genaue Übereinstimmung mit der realen Anfangshaltung des Probanden muss nicht gegeben sein.

## 3. Bewegungssimulation

Die inverse Kinematik erfolgt auf Basis eines Optimierungsalgorithmus und ist sehr rechenintensiv. Dadurch besteht keine Aussicht auf "echtzeitfähige" Rechenzeiten. Da eine eigene Modellbeschreibungssprache Verwendung findet, ist außerdem kein situationsbedingtes Eingreifen möglich. Dies ist aber durchaus notwendig, etwa wenn die Messwerte von Sensoren ausfallen.

# 2.5 Zielstellung

Die Erfahrungen des IfM auf dem Gebiet der Bewegungssimulation zeigen, dass die bisherige Implementierung von Dynamicus als "Spezial-Modell" für alaska, den aktuellen Anforderungen nicht mehr genügt. Deshalb entsteht gegenwärtig am IfM das Simulationswerkzeug DynamicusC++.

DynamicusC++ ist ein Menschmodell, das auf Basis des Simulationswerkzeugs alaska/SimulationEngine in der Programmiersprache C++ entwickelt wird. Die Vorteile liegen darin, dass Menschmodell und Methoden konfigurierbar sind, wodurch problemangepasste Simulationslösungen möglich sind. Aufgrund der verwendeten Algorithmen und der Programmiersprache ergibt sich ein geringer Rechenzeitbedarf. Außerdem ist eine Einpassung in problemangepasste Bedienoberflächen realisierbar, wodurch die Anwendung vereinfacht wird.

Das Hauptziel dieser Arbeit besteht in der Entwicklung eines Verfahrens zur Übertragung von Daten aus Bewegungsmessungen auf das Menschmodell DynamicusC++. Dabei soll auch untersucht werden, inwieweit eine (teil-)automatische Anpassung des Menschmodells an den Probanden möglich ist. Anforderungen an die inverse Kinematik sind Robustheit gegenüber Messfehlern und Messwertausfall, sowie geringe Rechenzeiten. Das entwickelte Verfahren soll für die Bewegungsdaten verschiedener Methoden der Bewegungserfassung anwendbar sein.

## 3 Grundlagen

### 3.1 Einleitung

Der Aufbau des Menschmodells basiert auf den Prinzipien von Mehrkörpersystemen. Für diese Arbeit benötigte Eigenschaften solcher Systeme werden in diesem Kapitel erläutert. Außerdem erfolgt ein kurzer Überblick über das Prinzip der inversen Kinematik und die speziellen Schwierigkeiten in der Bewegungsanalyse.

### 3.2 Bezugssysteme

Bezugsraum ist der euklidische Raum  $\mathbb{E}^3$  mit dem Translationsraum  $\mathbb{R}^3$  (siehe [28]). In diesem Raum kann durch Angabe eines Punktes  $O$  und einer Orthonormalbasis  $\{\mathbf{e}_i\}$  des  $\mathbb{E}^3$  ein kartesisches Koordinatensystem  $(O, \{\mathbf{e}_i\})$  definiert werden. Das *globale Koordinatensystem* hat den Ursprung im Punkt  $(0, 0, 0)^T$  und die Basis aus den Vektoren  $(1, 0, 0)^T, (0, 1, 0)^T$  und  $(0, 0, 1)^T$ . Koordinaten in diesem System werden *Absolutkoordinaten* genannt.

Der Ortsvektor des Ursprungs  $O$  eines Koordinatensystems entspricht der Verschiebung und die Basis  $\{\mathbf{e}_i\}$  entspricht einer Drehung gegenüber dem globalen Koordinatensystem. Daher kann ein Koordinatensystem auch durch eine Orientierung in Form einer Drehmatrix  $\mathbf{R}$  und einen Vektor  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$  der Position dargestellt werden. Verschiedene Parametrisierungen von Rotationen sind im Anhang 11.1 beschrieben. In dieser Arbeit werden Rotationen in Form von Drehmatrizen verwendet. Die Drehmatrix kann aus den Basisvektoren  $\mathbf{e}_i$  aufgebaut werden, indem diese zeilenweise in die Matrix übernommen werden. Die Achsen eines Koordinatensystem werden mit 1-, 2- bzw. 3-Achse bezeichnet.

Die Transformation eines Vektors  $\mathbf{t}^1 \in \mathbb{R}^3$  aus dem Koordinatensystem  $(\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3, \mathbf{R} \in SO_3)$  in das globale Koordinatensystem erfolgt durch

$$\mathbf{t}^0 = \mathbf{R}^T \mathbf{t}^1 + \mathbf{p}. \quad (3.1)$$

Die Umkehrung ist dann

$$\mathbf{t}^1 = \mathbf{R}(\mathbf{t}^0 - \mathbf{p}). \quad (3.2)$$

### 3.3 Starrkörper und Mehrkörpersystem

Ein *Starrkörper* ist ein Körper, der unter Einwirkung von Kräften keine Deformation erfährt ([10]). Die Lage eines starren Körpers im Raum  $\mathbb{E}^3$  kann durch Angabe der Position eines Punktes des Körpers und einer Orientierung beschrieben werden. Die *Bewegung* eines starren Körpers ist eine zeitliche Folge von Lageänderungen dieses Körpers. Jeder Punkt des starren Körpers unterliegt dabei derselben Transformation.

Die *Kinematik* des starren Körpers beschreibt die Bewegung des Körpers, wobei Ursache und Wirkung der Bewegung nicht betrachtet werden. Diese werden in der *Dynamik* untersucht. Ein Starrkörper im Raum hat den Freiheitsgrad 6, da jeweils drei Komponenten für Position und Orientierung festgelegt werden müssen.

Unter einem Mehrkörpersystem wird eine Menge starrer Körper verstanden, die untereinander und mit einem Fundament geometrisch (durch algebraische Gleichungen) oder physikalisch (durch Kräfte) gekoppelt sind. Das *Fundament* ist ein Körper, der fest im Raum fixiert ist. Das Bezugskoordinatensystem auf dem Fundament wird als *Inertialkoordinatensystem* oder globales Koordinatensystem bezeichnet.

Die Lage eines Starrkörpers kann daher durch Angabe eines kartesischen Koordinatensystem repräsentiert werden. Damit kann die Lage eines Mehrkörpersystems durch die Lage der einzelnen Körper dargestellt werden.

Der *Zustand* eines Mehrkörpermodells beschreibt die Lage, Orientierung und Geschwindigkeit aller Körper. *Zustandsvariablen* sind Modellvariablen, die den Zustand eines Mehrkörpermodells eindeutig beschreiben. Es gibt verschiedene Möglichkeiten die Zustandsvariablen festzulegen. In der für diese Arbeit verwendeten Software *alaska/SimulationEngine* werden beispielsweise als Zustandsvariablen die Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung, sowie Orientierung, Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung aller Körper bezüglich des Inertialkoordinatensystems gewählt. Für diese Arbeit wird für den Zustand nur Lage und Orientierung der Körper verwendet.

Eine *Zwangsbedingung* ist eine Gleichung, die einen Zusammenhang zwischen den Zustandsvariablen des Modells beschreibt. Zwangsbedingung reduzieren den Freiheitsgrad des Modells.

**Beispiel 3.1** (Doppelpendel in der Ebene) Abbildung 3-1 zeigt ein doppeltes Pendel in der Ebene. Dieses besteht aus zwei Körpern  $K_1$  und  $K_2$ , die untereinander und mit dem Fundament verbunden sind. Beide Körper werden jeweils durch ein Koordinatensystem repräsentiert. Die Orientierung der beiden lokalen Koordinatensystem wird durch die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  der Verdrehung gegenüber dem Inertialkoordinatensystem dargestellt. Die Absolutkoordinaten der Positionen der Koordinatensysteme seien  $\mathbf{x}_1$  und  $\mathbf{x}_2$ .

Der Körper  $K_1$  ist mit dem Fundament in einem Punkt verbunden, dessen Position durch die Koordinaten  $\mathbf{p}_1 = (-l_1, 0)^T$  im lokalen Koordinatensystem von  $K_1$  beschrieben wird. Die Absolutkoordinaten des Gelenks seien  $\mathbf{o} = (0, 0)^T$ . Der Körper  $K_2$  ist wiederum mit dem Körper  $K_1$  verbunden. Dieses Gelenk hat die Koordinaten  $(0, 0)$  im Koordinatensystem von  $K_1$  und  $(-l_2, 0)$  im Koordinatensystem von  $K_2$ .

Die Zwangsbedingungen lauten in Absolutkoordinaten:

$$\mathbf{x}_1 - (l_1 \sin \varphi_1, l_1 \cos \varphi_1)^T = (0, 0)^T \text{ und}$$

$$\mathbf{x}_2 - (l_2 \sin \varphi_2, l_2 \cos \varphi_2)^T = \mathbf{x}_1.$$

Die Zustandsvariablen  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  des Pendels können daher mittels

$$\mathbf{x}_1 = (l_1 \sin \varphi_1, l_1 \cos \varphi_1)^T \text{ und} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 + (l_2 \sin \varphi_2, l_2 \cos \varphi_2)^T \quad (3.4)$$

berechnet werden.

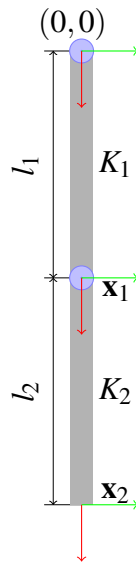


Abbildung 3-1: Doppelpendel in der Ebene

### 3.4 Vorwärtskinematik

Die *Vorwärtskinematik* beschreibt, wie aus der Relativbewegung der Gelenke die Absolutbewegung der Körper eines Mehrkörpersystem berechnet wird. Dafür werden die Winkel der relativen Drehungen in den Gelenken und die Positionen der Gelenke in den lokalen Koordinatensystemen benötigt. Die Berechnung kann dann rekursiv ausgeführt werden, wobei bei einem Startkörper mit einer bereits bekannten Absolutbewegung begonnen wird.

**Beispiel 3.2** (Fortsetzung Doppelpendel) Die Relativbewegung der Gelenke im Doppelpendel in Beispiel 3.1 kann durch die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  beschrieben werden. Aus den Gleichungen (3.3) und (3.4) ergeben sich dann die Absolutkoordinaten in dem zuerst  $\mathbf{x}_1$  und anschließend  $\mathbf{x}_2$  berechnet werden. Ähnliches gilt auch für die Geschwindigkeiten, die im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht berücksichtigt werden.

## 3.5 Prinzip der Inversen Kinematik

Soll aus der Absolutbewegung der Körper die Relativbewegung der Gelenke berechnet werden, so wird dies als *inverse Kinematik* bezeichnet. In der Robotik besteht eine wichtige Aufgabe darin, einen Manipulator so einzustellen, dass sich der Endeffektor des Manipulators an einer vorgegebenen Position befindet. Dazu müssen die Auslenkungswinkel der einzelnen Gelenke bestimmt werden. Algorithmen für die inverse Kinematik stammen daher aus dem Gebiet der Robotik (z. B. [27]) und wurden auch in der Computeranimation adaptiert (z. B. [26]).

Ausgangspunkt ist die *Vorwärtskinematik* eines Mehrkörpersystems. Die Position eines Punktes des Systems (z. B. des Endeffektors) im globalen Koordinatensystem kann aus der Lage der einzelnen Körper bestimmt werden. Damit ergibt sich für die Position  $\mathbf{x}$  eine Funktion  $F$  der verallgemeinerten Koordinaten  $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_n)^T$ :

$$\mathbf{x} = F(\mathbf{q}), \quad (3.5)$$

mit einer Funktion  $F : \mathbb{E}^3 \mapsto \mathbb{V}^n$ .

Die Aufgabe der inversen Kinematik ist folglich die Berechnung von  $\mathbf{q}$  bei gegebenem  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{q} = F^{-1}(\mathbf{x}). \quad (3.6)$$

Die Invertierung von  $F$  ist jedoch nicht ohne Weiteres möglich, da  $F$  i. A. nicht bijektiv ist. Einerseits gibt es Punkte  $\mathbf{x} \in \mathbb{E}^3$  für die keine Vektoren in  $\mathbb{V}^n$  existieren, so dass Gleichung (3.5) erfüllt ist. Andererseits kann es auch mehrere Vektoren geben, die (3.6) erfüllen. Der erste Fall wird dabei als Problem der Erreichbarkeit bezeichnet, da  $\mathbf{x}$  nicht erreichbar ist. Eine analytische Lösung ist auch in günstigen Fällen häufig nicht möglich, so dass auf numerische Lösungsansätze zurückgegriffen werden muss.

**Beispiel 3.3** (Fortsetzung Doppelpendel) Zielstellung und Probleme der inversen Kinematik können am Doppelpendel demonstriert werden. Dazu wird ein Punkt  $\mathbf{t}$  vorgegeben, der vom Endpunkt des Pendels erreicht werden soll (Abbildung 3-2 links). Das Ziel besteht darin, die für das Erreichen von  $\mathbf{t}$  benötigte Lage beider Pendelkörper, d. h. die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  zu bestimmen. Aufgrund der einfachen Struktur ist eine analytische Lösung unter Verwendung trigonometrischer Beziehungen möglich.

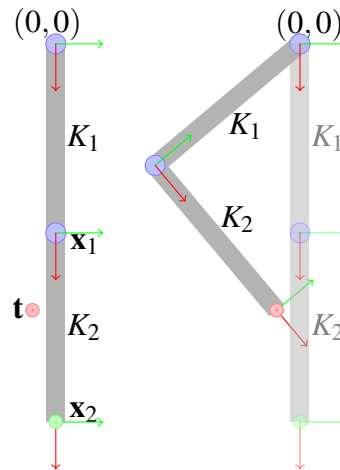


Abbildung 3-2: Vorgabe eines Endpunktes für das Doppelpendel (links) und Lösung (rechts).

Eine Lösung ist in Abbildung 3-2 auf der rechten Seite zu sehen. Dagegen zeigt Abbildung 3-3 die beiden genannten Schwierigkeiten Erreichbarkeit und mehrdeutige Lösung.

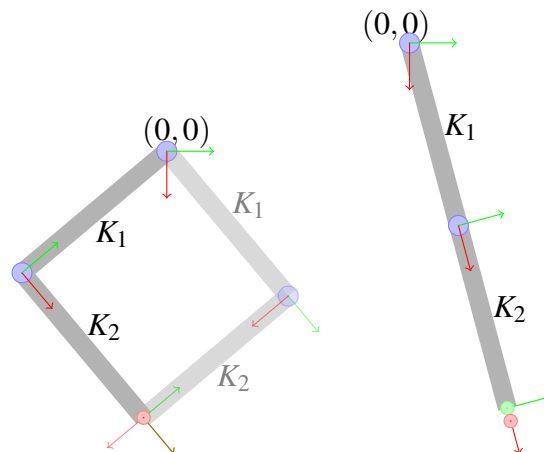


Abbildung 3-3: Für den vorgegebenen Zielpunkt  $\mathbf{t}$  existieren zwei Lösungen (linke Seite). Auf der rechten Seite ist dagegen ein Punkt vorgegeben, der nicht erreicht werden kann.

Ein möglicher Lösungsansatz besteht in der Formulierung eines Optimierungsproblems. Dazu kann eine Zielfunktion mit Hilfe des Abstands zwischen Sollposition  $\mathbf{x}$  und Istposition  $\mathbf{x}'$  formuliert werden. Diese wird dann durch einen Optimierungsalgorithmus minimiert:

$$\mathbf{q}^* = \underset{\mathbf{q}}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{x} - f(\mathbf{q}))^2. \quad (3.7)$$

In Abhängigkeit vom verwendeten Optimierungsalgorithmus kann diese Methode einen sehr hohen Rechenaufwand benötigen.

Eine andere Vorgehensweise besteht in der Linearisierung von  $F$ . Dazu werden  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$

und  $\mathbf{q} = \mathbf{q}(t)$  als Funktionen eines Parameters  $t$  betrachtet. Die Differenziation nach  $t$  liefert dann:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \frac{dF}{d\mathbf{q}} \frac{d\mathbf{q}}{dt} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}. \quad (3.8)$$

Dabei ist  $\mathbf{J}$  die Jacobi-Matrix von  $F$ :

$$\mathbf{J} = \left( \frac{\partial F_i}{\partial q_i} \right).$$

Somit gibt  $\dot{\mathbf{x}}$  die Änderungsrate von  $\mathbf{x}$  in Abhängigkeit der Änderungsrate  $\mathbf{q}$  von  $\dot{\mathbf{q}}$  an. Wird diese Gleichung linearisiert

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{J} \Delta \mathbf{q}, \quad (3.9)$$

so kann  $\Delta \mathbf{q}$  berechnet werden:

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{J}^{-1} \Delta \mathbf{x}. \quad (3.10)$$

Damit könnte  $\mathbf{q}$  mittels eines Iterationsschemas ermittelt werden:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \Delta \mathbf{q}_k. \quad (3.11)$$

Ausgehend von einem Startwert  $\mathbf{q}_0$  wird diese Iteration solange ausgeführt, bis ein festgelegtes Abbruchkriterium erfüllt ist.

Problematisch an dieser Vorgehensweise ist, dass  $\mathbf{J}$  i. A. nicht quadratisch ist und somit  $\mathbf{J}^{-1}$  nicht definiert ist. Es kann aber eine Pseudoinverse  $\mathbf{J}^+$  verwendet werden. Diese kann beispielsweise mittels Singulärwert-Zerlegung berechnet werden (siehe Anhang 11.2). Diese Methode entspricht damit einem Newton-Verfahren zur Lösung eines nicht-linearen Gleichungssystems. Probleme entstehen laut [14] insbesondere in der Nähe von Singularitäten.

Alternativ wird in der Literatur die Verwendung der Transponierten von  $\mathbf{J}$  anstelle der Inversen von  $\mathbf{J}$  vorgeschlagen. Aus Gleichung (3.9) wird dann

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{J}^T \Delta \mathbf{x}. \quad (3.12)$$

Diese Methode entspricht einem Gradientenabstieg. Die Iteration konvergiert langsamer als bei Verwendung der Pseudoinversen, ist aber stabiler in der Nähe von Singularitäten [26].

## 3.6 Inverse Kinematik in der Bewegungsanalyse

Die Übertragung der Daten der Bewegungsmessung auf ein digitales Menschmodell entspricht prinzipiell dem Ziel der inversen Kinematik. Das Menschmodell ist ein Mehrkörpersystem, dessen Gelenkwinkel so berechnet werden sollen, dass markierte Punkte auf dem Modell eine vorgegebene Position erreichen. Das Ziel der inversen Kinematik



ist hier die Absolutkoordinaten der Körper des Menschmodells so zu berechnen, dass die Gelenkbedingungen erfüllt sind und die gemessenen Bewegungsdaten im Rahmen einer vorzugebenden Toleranz erfüllt sind.

Folgende Schwierigkeiten müssen dabei Berücksichtigung finden:

- redundante Messdaten
- widersprüchliche Messdaten infolge von Messfehlern
- widersprüchliche Messdaten infolge ungenauer Kalibrierung des Modells
- fehlende Messdaten
- zusätzliche oder ausschließliche Vorgabe von Orientierungen.

Durch diese Schwierigkeiten werden die Probleme der Erreichbarkeit und der mehrdeutigen Lösungen für die inverse Kinematik vergrößert. Eine einfache Übertragung der Algorithmen aus der Robotik ist nicht möglich. In diesen Algorithmen finden derartige Bedingungen keine oder nur teilweise Berücksichtigung. Daher wird für diese Arbeit ein Verfahren benötigt, dass robust gegenüber obigen Schwierigkeiten ist.



## 4 Biomechanisches Menschmodell

### 4.1 Übersicht

Der menschliche Bewegungsapparat besteht im Wesentlichen aus Knochen, Sehnen und Muskeln. Bewegung entsteht durch Kontraktion von Muskeln, die über Sehnen auf die Knochen übertragen wird. Aufbau und Wirkungsweise sind sehr komplex. Ein biomechanisches Menschmodell entsteht daher durch mehr oder weniger starke Vereinfachung dieses Prinzips.

Als Grundlage für diese Arbeit wurde das am IfM entwickelte Menschmodell Dynamicus-C++ in einer reduzierten Variante verwendet. Der Aufbau des Modells wird im Folgenden beschrieben.

### 4.2 Modellaufbau Dynamicus

DynamicusC++ ist ein biomechanisches Menschmodell in Form eines Mehrkörpersystems. Dieses besitzt eine Baum-Struktur, wie in Abbildung 4-1 dargestellt ist. Jedes Körpersegment wird durch einen starren Körper repräsentiert. Dieser wird mit *Segmentkörper* bezeichnet. Die Gelenke werden als ideale technische Gelenke modelliert. Mit wenigen Ausnahmen, wie etwa den Füßen, befindet sich ein Segmentkörper zwischen genau zwei Gelenken. Bezüglich eines Gelenkes gibt es dadurch immer einen Vorgänger- und einen Nachfolger-Körper (Abbildung 4-2).

Auf jedem Segmentkörper wird ein körperfestes Koordinatensystem, das *Segment-Koordinatensystem*, festgelegt. Dieses repräsentiert die Lage und Orientierung des Körpers. Ein Gelenk wird durch zwei Gelenk-Koordinatensysteme beschrieben, die auf den beiden beteiligten Körpern im Gelenkzentrum definiert werden. Beide Gelenk-Koordinatensysteme befinden sich im Inertialkoordinatensystem an derselben Position. Die relative Drehung zwischen diesen Koordinatensystemen entspricht dann der Gelenkrotation. Die Parametrisierung der Gelenkrotation kann durch Bryant-Winkel (siehe Anhang 11.1) erfolgen, welche dann als *Gelenkwinkel* bezeichnet werden.

Das Koordinatensystem auf dem Nachfolger-Körper kann mit dessen Segment-Koordinatensystem zusammenfallen. Dies ermöglicht eine Interpretation der Orientierung des Körpers, da die Gelenkwinkel sofort ablesbar sind. Dazu muss das Segment-Koordinatensystem einmalig nach vorgegebenen Kriterien orientiert werden. Dies geschieht in einer Ausgangshaltung. Die 3-Achse des Koordinatensystems entspricht der Längsachse des Knochens, d. h. der Verbindungslinie zwischen den Gelenken. Eine quer zum gesamten Körper verlaufende horizontale Richtung wird als 1-Achse verwendet. Die 2-

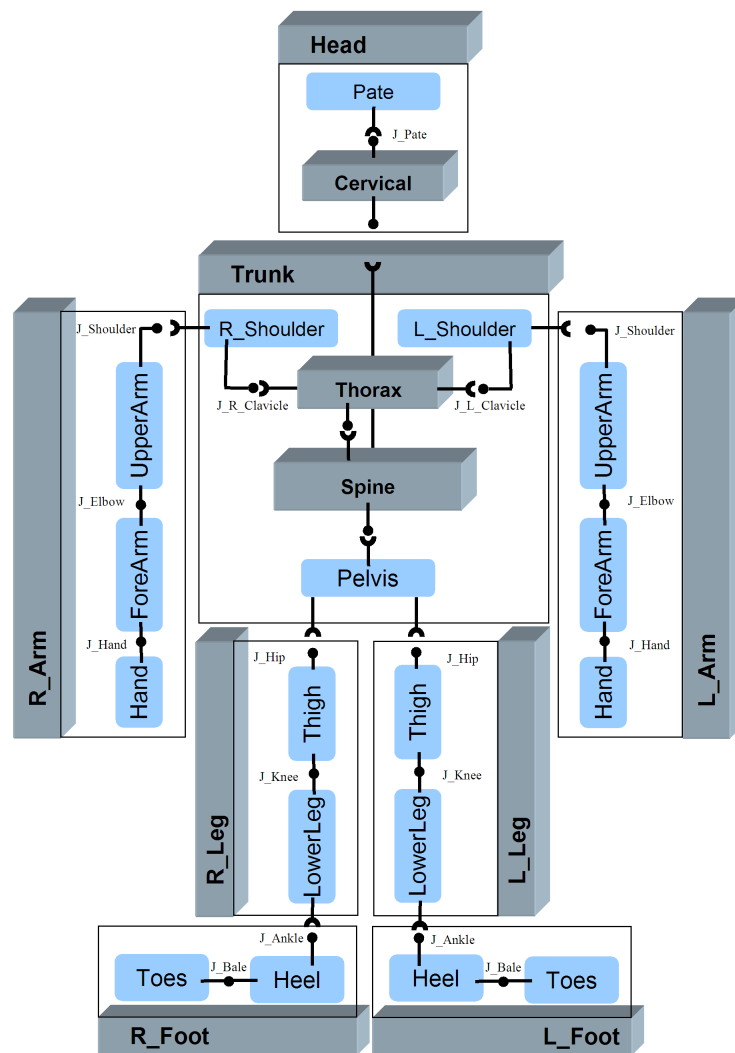


Abbildung 4-1: Schematischer Aufbau des Menschmodells alaska/Dynamicus (Quelle: IfM Chemnitz)

Achse ergibt sich dann aus dem Kreuzprodukt. Die *Haltung* des Modells wird von den relativen Drehungen in den Gelenken und einer Positionsangabe in Absolutkoordinaten festgelegt.

### 4.3 Reduziertes Modell für die unteren Extremitäten

In dieser Arbeit wird ein reduziertes Menschmodell für die unteren Extremitäten verwendet, das aus den Körpern Becken, sowie jeweils linkem und rechten Oberschenkel, Unterschenkel und Fuss besteht. Die Körper sind durch Hüft-, Knie-, und Sprunggelenk verbunden. Das Modell besteht aus 7 Körpern und 6 Gelenken. Abbildung 4-3 zeigt den

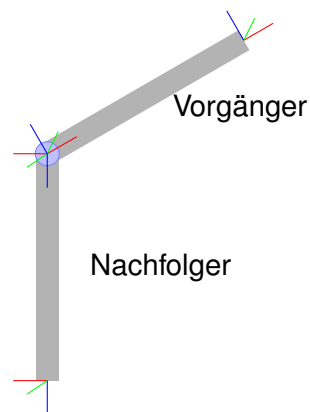


Abbildung 4-2: Aufbau eines Gelenks

Aufbau des reduzierten Modells.

Der Beckenkörper kann frei im Raum positioniert werden. Die Lage und Orientierung aller anderen Körper ist vom Beckenkörper, den Gelenkwinkeln und den Längen der Segmentkörper abhängig. Eine Körperhaltung wird daher durch Angabe von Position und Orientierung des Beckens in Bezug auf das Inertialkoordinatensystem, sowie durch die Gelenkwinkel in Hüft-, Knie- und Sprunggelenken beschrieben. Das Modell hat den Freiheitsgrad 24. Das reduzierte Modell reicht für einige Anwendungsfälle, z. B. bei der

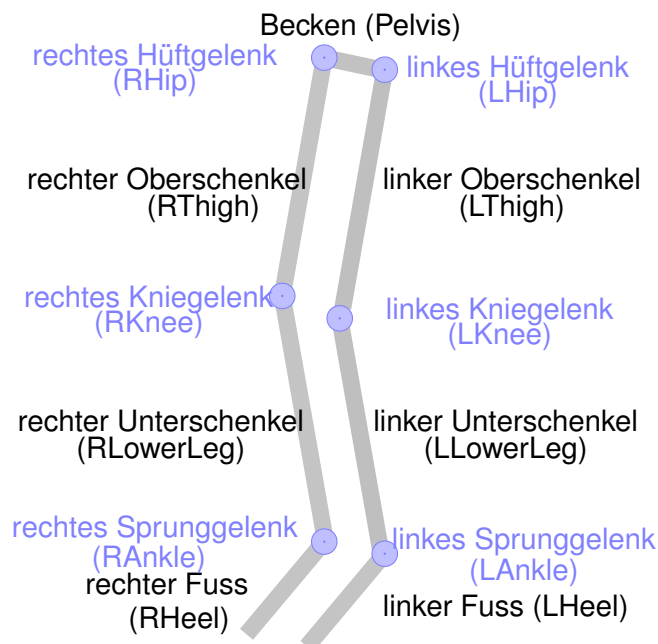


Abbildung 4-3: Reduziertes Modell mit den Bezeichnungen für Segmentkörper und Gelenke.

Ganganalyse, aus. Außerdem ermöglicht es durch eine deutlich verringerte Komplexität eine Beurteilung des verwendeten Verfahrens.

## 4.4 Vorwärtskinematik

Nach Vorgabe der Beckenposition, Beckenorientierung und der 6 Drehmatrizen in den Gelenken kann die Haltung des Modells berechnet werden. Dies wird als *Vorwärtskinematik* bezeichnet. Die Vorgabe der Werte erfolgt zeitabhängig, so dass sich eine Bewegung des Modells ergibt. Das Modell wird somit gesteuert, wobei die Steuerung *rheonome Steuerung*, d. h. explizit zeitabhängig, genannt wird. Für diese Arbeit wird die Vorwärtskinematik nur zur Erzeugung virtueller Messdaten verwendet.

## 4.5 Komponenten für Sensoren

Zusätzlich zum vorhandenen Modell werden Modellelemente für die Bewegungsvorgabe durch Messdaten benötigt. Diese stellen eine Verbindung zwischen dem gemessenen Wert und dem aktuellen Wert im Modell dar. Dazu werden zwei *Sensoren* modelliert. Der *Motion-Sensor* repräsentiert den Messwert und kann einen der Typen aus Abschnitt 5.2 annehmen. Definiert wird der Motion-Sensor auf dem Fundament, wobei Position und Orientierung im globalen Koordinatensystem zeitabhängig vorgegeben werden können. Der *Body-Sensor* wird auf dem Segmentkörper definiert und repräsentiert den Sensor, der am Probanden befestigt ist. Er wird durch Position und Orientierung im körperfesten Koordinatensystem beschrieben.

Diese Sensoren werden zu einer *Tracking-Komponente* zusammengefasst und miteinander verbunden. Je nach Typ des Motion-Sensors werden unterschiedliche Bedingungen für diese Verbindung verwendet. Bei einem Positions-Sensor müssen beide Positionen übereinstimmen. Bei einem Orientierungs-Sensor müssen dagegen die Orientierungen gleich sein, während bei einem kombinierten Sensor beides gelten muss. Der Aufbau einer Tracking-Komponente ist in Abbildung 4-4 dargestellt.

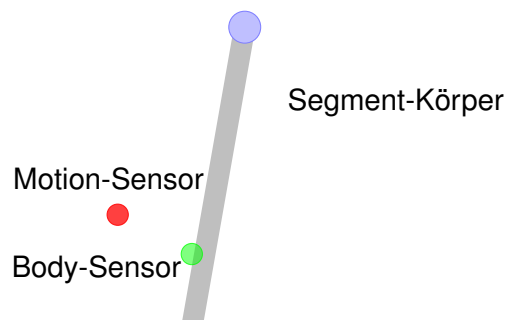


Abbildung 4-4: Aufbau einer Tracking-Komponente

## 4.6 Modellkomponenten für die Einschränkung der Bewegung in den Gelenken

Liegen nicht genügend Daten aus der Bewegungserfassung vor um die Bewegung des Menschmodells eindeutig zu beschreiben, muss der Freiheitsgrad einzelner Gelenke reduziert werden. Beispielsweise ist es sinnvoll, die Längsrotation im Kniegelenk zu sperren, wenn auf dem Unterschenkel nur ein Positionssensor eingesetzt wird. Deshalb werden Modellkomponenten benötigt, welche die Drehung in den Gelenken einschränken.

Diese *Gelenk-Beschränkungen* können in das Modell zusätzlich zum Gelenk hinzugefügt werden und verwenden die beiden Koordinatensysteme des Gelenks. Eine Gelenk-Einschränkung kann die Rotation um genau eine Achse des ersten Koordinatensystems sperren. Es ist daher möglich, mehrere solcher Gelenk-Einschränkungen für verschiedene Achsen auf einem Gelenk einzubinden.

## 4.7 Bekannte Grenzen des Modells

Das Modell unterliegt Annahmen, die bei der Durchführung der inversen Kinematik und der Auswertung der Ergebnisse beachtet werden müssen. Kugelgelenke bilden menschliche Gelenke nur eingeschränkt ab.

Beim Kugelgelenk wird davon ausgegangen, dass das Gelenkzentrum bezüglich beider beteiligter Körper konstant ist. Diese Annahme trifft bei menschlichen Gelenken nur bedingt zu. Während sie für das Hüftgelenk noch realitätsnah ist, weicht sie für das Knie- und das Sprunggelenk dagegen deutlich von der Realität ab.

Die Rotation in menschlichen Gelenken ist physiologisch begrenzt. Dies wird im Modell nicht berücksichtigt. Im Modell wird außerdem davon ausgegangen, dass die Lage der Sensoren bezüglich des Segmentkörpers konstant ist. In der Realität treten bei der Bewegung jedoch Hautverschiebungen auf, die die Position des Sensors bezüglich des Knochens verändern.





## 5 Bewegungserfassung

### 5.1 Methoden

Die aktuellen Methoden zur Bewegungserfassung, die für diese Arbeit relevant sind, lassen sich in zwei Klassen einteilen: optische Systeme und Systeme auf Basis von Inertialsensoren. Bei optischen Systemen wird der Proband während der Bewegung von einem Kamerasystem erfasst. Einige Grundlagen dazu sind in [15] dargestellt.

Vor Beginn einer Aufzeichnung werden die Kameras kalibriert (d. h. die Kameraparameter bestimmt) und auf den Körperteilen des Probanden werden gut sichtbare Markierungen (Markerpunkte) aufgebracht. Jeder Markerpunkt muss dabei von mindestens zwei Kameras erfasst werden. Die Bild-Koordinaten dieser Markerpunkte werden dann in jedem aufgezeichnetem Kamerabild bestimmt. Mit Hilfe der Kameraparameter werden aus den Bildkoordinaten die Absolutkoordinaten der Markerpunkte bezüglich des globalen Koordinatensystems berechnet. Moderne Motion-Capture-Systeme liefern die Absolutkoordinaten der Markerpunkte in "Echtzeit" (z. B. VICON [25], Lukotronik [13]).

Beim Motion-Capture-System A.R.T. [1] werden mehrere Markerpunkte zu einem sogenannten Target zusammengefasst, das an einem Körpersegment fixiert wird. Aus den Absolutkoordinaten der Markerpunkte berechnet A.R.T die Orientierung der Targets.

Inertial-Sensoren messen Beschleunigung und/oder Winkelgeschwindigkeit. Werden zusätzlich magnetische Sensoren einbezogen, liefert häufig eine integrierte Software bereits Position und Orientierung des Sensors in jedem Zeitschritt (z. B. Sensoren der Firma Xsens [29]). Diese Messdaten können lokal gespeichert oder per Funk oder Kabel an einen Rechner zur Auswertung übertragen werden.

Beide Klassen von Motion-Capture-Systemen haben spezifische Vor- und Nachteile. Optische Systeme liefern Absolutkoordinaten bezüglich des globalen Koordinatensystems mit konstanter Genauigkeit. Je nach gewähltem System können die Marker bzw. Targets die Bewegung des Probanden einschränken. Der Aktionsradius eines Probanden ist auf den von den Kameras erfassten Bereich eingeschränkt. Werden Markerpunkte durch den Probanden oder andere Objekte verdeckt, stehen keine Messdaten zur Verfügung. Dieses Problem tritt bei Inertialsensoren nicht auf. Die Bewegungsfreiheit des Probanden ist nur durch Faktoren wie Kabellänge oder Funkreichweite beschränkt. Allerdings summieren sich hier Messfehler und Ungenauigkeiten bei der Integration von Beschleunigungen respektive Winkelgeschwindigkeiten auf (Drift). Die Abweichung der gemessenen Werte von den realen Werten wird also im Laufe der Zeit größer. Inertialsensoren liefern keine Absolutpositionen; die berechneten Positionen stellen lediglich die Abweichung von der Position in der Anfangshaltung dar.

Ein generelles Problem besteht in der Fixierung von Markern und Inertialsensoren auf dem Körper. Diese müssen einerseits so angebracht sein, dass sie die Bewegungsfreiheit des Probanden nicht behindern und andererseits fest mit dem Körper verbunden sein. Ist die Verbindung nicht fest genug, so kann es zu einer Verschiebung des Sensors im Laufe der Bewegungsmessung auf dem Körper kommen. Bei der Übertragung der Bewegungsdaten auf das Menschmodell wird davon ausgegangen, dass keine oder nur geringe derartige Veränderungen der Sensorkonfiguration auftreten.

## 5.2 Anwendung

Wünschenswert ist deshalb ein hybrides Motion-Capture-System, das optische Marker und Inertialsensoren anwendungsspezifisch konfiguriert und damit die Vorteile der jeweiligen Methoden kombiniert.

Optische Marker werden an gut sichtbaren Körperstellen verwendet und liefern genaue Absolutkoordinaten. Inertialsensoren werden an Körperteilen fixiert, die während der Bewegung oft verdeckt werden. Damit könnten neue Anwendungsgebiete erschlossen werden.

Die zu entwickelnden Verfahren sollten die Übertragung der Messdaten solcher hybrider Systeme unterstützen. Deshalb werden die folgenden drei Sensor-Typen unterschieden:

1. **Positionssensor**

Ein Positions-Sensor liefert den Ortsvektor seiner Position im globalen Koordinatensystem und entspricht einem Marker in einem optischen System.

2. **Orientierungssensor**

Ein Orientierungssensor liefert die Orientierung des Sensors bezüglich des globalen Koordinatensystems und entspricht einem Inertialsensor in Form von drei orthogonal angeordneten Gyroskopen.

3. **kombinierter Sensor**

Der kombinierte Sensor liefert sowohl Position als auch Orientierung bezüglich des globalen Koordinatensystems.

In einem Modell können die verschiedenen Sensortypen beliebig kombiniert werden. Damit können hybride Motion-Capture-Systeme abgebildet werden.

Zusätzlich wird für jeden Sensor und jeden Zeitpunkt ein Wert benötigt, der Auskunft über die Qualität des Messwertes liefert. Dieser ermöglicht die Detektion eines Sensor-Ausfalls.

## 5.3 Sensorkonfigurationen

Die Sensoren müssen so auf den Segmentkörpern angebracht werden, dass Lage und Orientierung jedes Segmentkörpers eindeutig erfasst werden können. Diese Bedingung ist gesichert, wenn auf jedem Segmentkörper ein kombinierter Sensor zum Einsatz kommt. Bei Verwendung von Positionssensoren müssen auf jedem Segment-Körper mindestens zwei Sensoren platziert werden, wobei zusätzlich auf einem Körper ein dritter Sensor benötigt wird. Dabei dürfen die Sensoren und das Gelenk nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Orientierungssensoren allein genügen nicht für eine eindeutige Bestimmung des Zustands des Modells. Hier wird zusätzlich ein Positionssensor benötigt.



## 6 Kalibrierung des Menschmodells

### 6.1 Einleitung

Damit die Bewegungsmessdaten korrekt auf das Menschmodell übertragen werden können, muss dieses möglichst exakt an den Probanden angepasst werden. Nur so ist die Berechnung aussagekräftiger Gelenkwinkel möglich. Dazu müssen die anthropometrischen Daten des Probanden bekannt sein. Besonders von Bedeutung sind dabei die Längen der Körpersegmente. Die Länge eines Körpersegments mit Ausnahme des Beckenkörpers ist gleich dem Abstand zwischen den beiden Gelenken an diesem Körper. Im reduzierten Menschmodell werden die Längen von Ober- und Unterschenkel, sowie die Hüftbreite benötigt (siehe Abbildung 6-1). Andere Größen, wie etwa die Umfänge der Gliedmaßen, die der Schätzung von Masseverteilung und Schwerpunkt dienen, sind im Rahmen dieser Arbeit nicht notwendig.

Außerdem ist eine Anpassung der Sensorkonfiguration nötig. Für jeden Sensor muss dafür die Lage und gegebenenfalls die Orientierung auf dem zugehörigen Segmentkörper bekannt sein. Eine exakte Messung der Längen der Körpersegmente an einem

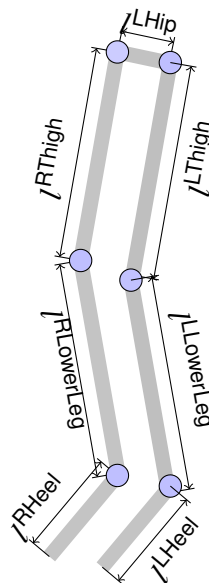


Abbildung 6-1: Menschmodell mit benötigten Maßen

Probanden ist in der Praxis nicht möglich, da die Gelenke im Körperinneren liegen. Am IfM wird daher die in Abschnitt 2.4 kurz beschriebene Methode der Verwendung äußerer Leitmaße angewendet (siehe auch [6]). Die Anpassung der Sensorkonfiguration erfolgt danach manuell mit Hilfe des probandengetreuen Modells. Diese Vorgehensweise führt zu Ungenauigkeiten in den Positionen der Gelenke und der Sensoren. Die manuelle An-

passung benötigt zudem eine gewisse Zeit. Die Kalibrierung des Modells kann deshalb meist erst nach Abschluß der Bewegungsmessung erfolgen. Dadurch wird eine sofortige Durchführung der Bewegungsanalyse im Anschluss an die Messung verhindert.

Eine automatisierte Bestimmung der Längen der Segmentkörper und der Sensorkonfiguration auf Basis gemessener Bewegungsdaten kann diese Probleme vermeiden. Zentraler Schritt dabei ist die Bestimmung der Positionen der Gelenkzentren, mit deren Hilfe die Mehrzahl der benötigten Modellparameter bestimmt werden kann.

## 6.2 Ablauf der Kalibrierung

Die Zentren der Gelenke sollen aus gemessenen Bewegungsdaten gewonnen werden. Um dieses Ziel zu erreichen, wird ein zusätzlicher Schritt im Arbeitsablauf vor der eigentlichen Bewegungsmessung ausgeführt. Vor der Erfassung der zu untersuchenden Bewegung werden vom Probanden einige spezielle Bewegungen ausgeführt und erfasst. Diese *Kalibrierübungen* müssen noch festgelegt werden. Einige Empfehlungen werden im Kapitel 6.7 gegeben.

Nach Durchführung der Kalibrierübungen kann die Kalibrierung des Menschmodells erfolgen. Ist diese erfolgreich, kann die Bewegung erfasst werden und sofort auf das Menschmodell übertragen werden.

Der Ablauf der Kalibrierung bei Vorliegen der Messdaten der Kalibrierübungen ist der Folgende:

1. **Ermittlung des Zentrums jedes Gelenks**

Ein Gelenk verbindet zwei Körper. Das Zentrum eines Kugelgelenks ist eindeutig bestimmt. Es wird angenommen, dass das Gelenkzentrum gleich dem Rotationszentrum ist.

2. **Festlegung der Segment-Koordinatensysteme**

Zur Kalibrierung des Modells gehört auch die Festlegung der relativen Drehungen in den Gelenken. Diese ergeben sich aus den relativen Drehungen der Segmentkoordinatensysteme.

3. **Berechnung der Segmentlängen und Anpassung des Menschmodells**

Die berechneten Segmentlängen und Koordinatensysteme werden auf das Menschmodell übertragen.

4. **Ermittlung der Sensor-Konfiguration**

Die Position und Orientierung jedes Sensors im zugehörigen Segment-Koordinatensystem werden berechnet.

### 6.3 Ermittlung des Zentrums eines Gelenks

Die Hauptaufgabe besteht darin, die Gelenkzentren zu bestimmen. Bei einem Kugelgelenk ist das Gelenkzentrum eindeutig bestimmt. Dabei wird angenommen, dass der Punkt des Gelenkzentrums gleich demjenigen Punkt ist, um den die relative Rotation zwischen beiden Körpern stattfindet. Die Koordinaten dieses Punktes (dem Zentrum der Rotation) sind in beiden Körperkoordinatensysteme konstant.

Es wird davon ausgegangen, dass die Zuordnungen der Sensoren zu den Segmentkörpern bekannt sind. Bei den Sensoren handelt es sich im Sinne von Abschnitt 5.2 um kombinierte Sensoren. Nachdem alle Gelenkzentren bekannt sind, kann die Orientierung der Koordinatensysteme festgelegt werden. Damit ist es dann auch möglich, die Positionen und Orientierungen der Sensoren im Körperkoordinatensystem zu ermitteln.

#### Gelenkzentrum bei kombinierten Sensoren

Die Ermittlung des Gelenkzentrums ist am einfachsten bei kombinierten Sensoren. Diese haben den Vorteil, dass ein Sensor pro Segmentkörper ausreichend ist, um die Lage aller Körper eindeutig festzulegen. Durch die vom Sensor vorgegebene Position und Orientierung wird ein Koordinatensystem, das *Sensorkoordinatensystem* definiert. Da das Gelenkzentrum als eindeutig bestimmt angenommen wird, hat es in einem Sensorkoordinatensystem auf einem zugehörigen Segmentkörper eine konstante Position während der Bewegung. Diese kann dann ins Inertialkoordinatensystem transformiert werden. Die folgende Darstellung des Prinzips basiert auf der Darstellung [17].

Betrachtet wird die Ermittlung des Zentrums eines Gelenks mit den Segmentkörpern  $K$  als Vorgänger bzw.  $L$  als Nachfolger. Auf jedem Segmentkörper sei ein kombinierter Sensor angebracht. Die Messwerte zu den Zeitpunkten  $t_i$  mit  $i = 1, \dots, n$  sind  $\mathbf{t}_i^S$  bzw.  $\mathbf{t}_i^L$  für die Koordinaten der Position und  $\mathbf{S}_i^K$  bzw.  $\mathbf{S}_i^L$  für die Transponierte der Orientierung. Die Positionen des Gelenkzentrums im Sensorkoordinatensystem des jeweiligen Körpers werden mit  $\mathbf{c}^K$  und  $\mathbf{c}^L$  bezeichnet. Die Situation ist in Abbildung 6-2 dargestellt.

Wenn  $\mathbf{c}^K$  und  $\mathbf{c}^L$  bekannt sind, so kann die Position  $\mathbf{x}_i$  des Gelenks im Inertialkoordinatensystem zum Zeitpunkt  $t_i$  berechnet werden. Für den Segmentkörper  $K$  ergibt sich:

$$\mathbf{x}_i^K = \mathbf{S}_i^K \mathbf{c}^K + \mathbf{t}_i^K \quad (6.1)$$

und entsprechend für den Segmentkörper  $L$ :

$$\mathbf{x}_i^L = \mathbf{S}_i^L \mathbf{c}^L + \mathbf{t}_i^L. \quad (6.2)$$

Da das Gelenkzentrum eines Kugelgelenks eindeutig bestimmt ist, muss für jeden Zeit-

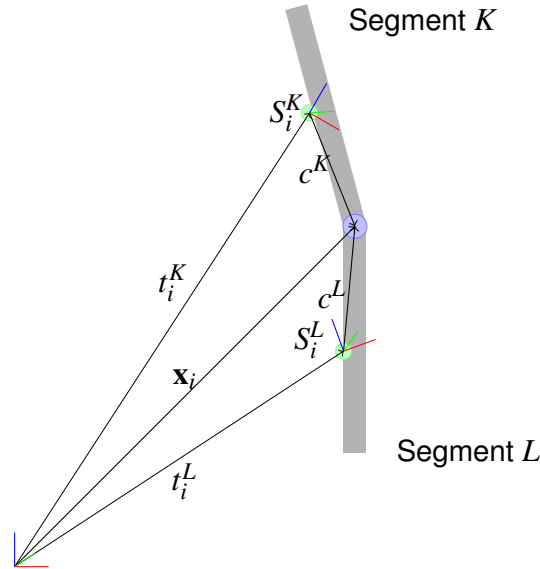


Abbildung 6-2: Situation und Bezeichnungen für die Bestimmung des Gelenkzentrums.

punkt  $t_i$  die Bedingung

$$\mathbf{x}_i^K = \mathbf{x}_i^L = \mathbf{x}_i$$

und somit

$$\mathbf{S}_i^K \mathbf{c}^K + \mathbf{t}_i^K = \mathbf{S}_i^L \mathbf{c}^L + \mathbf{t}_i^L \quad (6.3)$$

gelten. Dies ist die geometrische Zwangsbedingung für das Kugelgelenk.

Die Gleichung (6.3) ist noch nicht ausreichend bestimmt, da sie 6 Unbekannte und nur 3 Bedingungen enthält. Sie muss aber für alle  $n$  Zeitpunkte gelten. Für  $n > 2$  ergibt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem. Da außerdem fehlerbehaftete Messwerte verwendet werden, ist ein Ansatz nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate sinnvoll.

Für die Aufstellung des Gleichungssystems wird (6.3) jeweils für alle  $i = 1, \dots, n$  umgeformt:

$$\mathbf{S}_i^K \mathbf{c}^K - \mathbf{S}_i^L \mathbf{c}^L = \mathbf{t}_i^L - \mathbf{t}_i^K \quad (6.4)$$

und die Einträge werden in Matrizen zusammengefasst:

$$(\mathbf{S}_i^K - \mathbf{S}_i^L) \begin{pmatrix} \mathbf{c}^K \\ \mathbf{c}^L \end{pmatrix} = (\mathbf{t}_i^L - \mathbf{t}_i^K) \quad (6.5)$$

Anschließend erfolgt die Übertragung der einzelnen Matrizen aller Zeitpunkte in ein gemeinsames Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_1^K & -\mathbf{S}_1^L \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{S}_n^K & -\mathbf{S}_n^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c}^K \\ \mathbf{c}^L \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{t}_1^L - \mathbf{t}_1^K \\ \vdots \\ \mathbf{t}_n^L - \mathbf{t}_n^K \end{pmatrix}, \quad (6.6)$$



welches kurz als

$$\mathbf{S}\mathbf{c} = \mathbf{b}$$

geschrieben wird. Die Lösung  $(\mathbf{c}^K, \mathbf{c}^L)$  dieses überbestimmten linearen Gleichungssystems ist gleich dem Minimum der Funktion

$$f(\mathbf{c}^K, \mathbf{c}^L) = \sum_{i=1}^n \|(\mathbf{S}_i^K \mathbf{c}^K + \mathbf{t}_i^K) - (\mathbf{S}_i^L \mathbf{c}^L + \mathbf{t}_i^L)\|^2 \quad (6.7)$$

und kann mit Hilfe der Singulärwertzerlegung der Matrix  $\mathbf{S}$  bestimmt werden [17] [20].

Die Singulärwertzerlegung von  $\mathbf{S}$  ist

$$\mathbf{S} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^T, \quad (6.8)$$

wobei die Diagonalmatrix

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 & & \\ & \ddots & \\ & & w_6 \end{pmatrix}$$

die Singulärwerte von  $\mathbf{S}$  mit  $w_1 \leq \dots \leq w_6$  enthält. Aus diesen Werten wird die Matrix  $\mathbf{W}'$  durch

$$\mathbf{W}' = \begin{pmatrix} 1/w_1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1/w_6 \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

gebildet. Damit kann die Lösung  $\mathbf{c} = (\mathbf{c}^K, \mathbf{c}^L)^T$  des Gleichungssystems berechnet werden:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{V} \begin{bmatrix} \mathbf{W}' & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{U}^T) \mathbf{b}. \quad (6.10)$$

Die Koordinaten  $\mathbf{x}_i^K$  und  $\mathbf{x}_i^L$  des Gelenkzentrums können für einen beliebigen Zeitpunkt durch Einsetzen von  $\mathbf{c}^K$  und  $\mathbf{c}^L$  in (6.1) bzw. (6.2) berechnet werden. Naheliegend ist dann eine Mittelung beider Ergebnisse, so dass sich für die Position des Gelenkzentrums

$$\mathbf{x}_i = \frac{1}{2} [(\mathbf{S}_i^K \mathbf{c}^K + \mathbf{t}_i^K) + (\mathbf{S}_i^L \mathbf{c}^L + \mathbf{t}_i^L)] \quad (6.11)$$

ergibt. Der Abstand zwischen beiden Positionen sollte für alle  $i$  nahezu null sein; das Maximum des Abstands kann somit als Gütekriterium dienen:

$$\delta_{\max} = \max_i \|(\mathbf{S}_i^K \mathbf{c}^K + \mathbf{t}_i^K) - (\mathbf{S}_i^L \mathbf{c}^L + \mathbf{t}_i^L)\|. \quad (6.12)$$

Die Anwendung von (6.11) und (6.12) ist dabei nicht auf einen Index  $i$  der Messwerte aus dem ursprünglichen Intervall  $[0, n]$  beschränkt, sondern kann für alle Messwerte erfolgen, bei denen die Sensorkonfiguration nicht verändert wurde.

## Anforderungen an die Bewegung

Voraussetzung für die Bestimmung des Gelenkzentrums ist eine ausreichende Rotation im Gelenk. Andernfalls ist das Gleichungssystem (6.6) unterbestimmt. Im Wesentlichen kann diese Situation in zwei Fällen auftreten. Zum einen wenn keine Rotation im Gelenk stattfindet und zum anderen wenn die Achse der Rotation im Verlauf der Bewegung konstant ist.

Beide Fälle können mit Hilfe der Singulärwert-Zerlegung (6.8) erkannt werden. Findet keine Drehung statt, dann hat die Matrix im Gleichungssystem (6.6) den Rang 3, da nur drei Zeilen linear unabhängig sind. Die drei Singulärwerte  $w_4, w_5$  und  $w_6$  sind dann (näherungsweise) null [20]. Weitere Informationen können nicht gewonnen werden. Es müssen andere Messwerte verwendet werden.

Dagegen kann im zweiten Fall die Rotationsachse in Form eines Richtungsvektors und eines Punktes auf dieser Achse aus der Singulärwert-Zerlegung berechnet werden [17]. Nur der kleinste Singulärwert  $w_6$  ist null.

Wird in (6.9)  $1/w_6$  in  $\mathbf{W}'$  durch 0 ersetzt und (6.10) berechnet, so liefert  $\mathbf{c}$  die Koordinaten eines Punktes auf der Geraden. Damit ist die Rotationsachse bekannt und kann später in Verbindung mit anderen Gelenken zur Ermittlung eines geeigneten Gelenkzentrums auf der Rotationsachse genutzt werden. Dieser Fall kann insbesondere in den Kniegelenken auftreten, da hier die hauptsächliche Drehung um eine konstante Achse erfolgt. Der Schnittpunkt zwischen Rotationsachse und einer Geraden durch Hüft- und Sprunggelenk könnte dann als Position des Kniegelenkes dienen.

In der Praxis ist die Rotationsachse jedoch nicht konstant, sondern es erfolgt auch eine gewisse Drehung um andere Achsen [19], so dass in Verbindung mit Messfehlern bei realen Bewegungsdaten dennoch das Gelenkzentrum ermittelt werden kann [17].

## Gelenkzentrum bei Positionssensoren

Werden bei der Bewegungsmessung anstatt kombinierter Sensoren nur Positionssensoren verwendet, so kann das Verfahren ebenfalls angewendet werden. Voraussetzung dafür ist die Verwendung von mindestens drei nicht kollinear angeordneten Sensoren. Nur dann kann durch Anwendung der Methode aus Abschnitt 11.3 ein kombinierter Sensor simuliert werden.

## Gelenkzentrum bei Orientierungssensoren

Stehen nur Orientierungssensoren zur Verfügung, so kann das Verfahren nicht angewendet werden. Orientierungssensoren liefern unabhängig von ihrer lokalen Position

immer diesselbe Orientierung. Daher ist es nicht möglich, nur aus Orientierungsdaten auf die Position eines Rotationszentrums zu schließen. Abhilfe könnte hier die Verwendung von je einem Orientierungssensor und einem Positionssensor auf jedem Segmentkörper schaffen. Das entspricht nach geeigneter Transformation aber einem kombinierten Sensor und kann dann wie dieser verarbeitet werden.

## 6.4 Festlegung der Segment-Koordinatensysteme

Da das Segment-Koordinatensystem  $(\mathbf{p}^K, \mathbf{R}^K)$  eines Körpers  $K$  mit Ausnahme des Beckenkörpers im Gelenk definiert ist, ist der Ursprung bereits bekannt:

$$\mathbf{p}^K = \mathbf{x}^G.$$

Es verbleibt die Festlegung der Orientierung  $\mathbf{R}^K$ . Dazu müssen die drei orthonormalen Vektoren  $\mathbf{e}_1^K$ ,  $\mathbf{e}_2^K$  und  $\mathbf{e}_3^K$  der Basis  $\mathbf{R}^K$  festgelegt werden. Diese Festlegung erfolgt in der Grundhaltung unter Verwendung der Position der Gelenkzentren im globalen System.

Als prinzipielle Richtung  $\mathbf{v}$  für die 1-Achse wird für alle Körper der normierte Richtungsvektor zwischen linkem und rechtem Hüftgelenk festgelegt:

$$\mathbf{v} = \mathbf{x}^{\text{RHip}} - \mathbf{x}^{\text{LHip}}.$$

Für die Oberschenkel werden jeweils die Richtungen zwischen Knie- und Hüftgelenk als Richtung für die 3-Achse verwendet:

$$\mathbf{e}_3^{\text{LThigh}} = \frac{\mathbf{x}^{\text{LHip}} - \mathbf{x}^{\text{LKnee}}}{\|\mathbf{x}^{\text{LHip}} - \mathbf{x}^{\text{LKnee}}\|}.$$

Durch Orthonormierung entsteht der Vektor  $\mathbf{e}_1^{\text{LThigh}}$  und anschließend  $\mathbf{e}_2^{\text{LThigh}}$  aus

$$\mathbf{e}_2^{\text{LThigh}} = \mathbf{e}_3^{\text{LThigh}} \times \mathbf{e}_1^{\text{LThigh}}.$$

Für den rechten Oberschenkel wird analog verfahren. Dasselbe gilt für die Unterschenkel mit jeweils den Richtungen zwischen Knie und Sprunggelenk als 3-Achse.

Für die Füße muss die 3-Achse auf eine andere Weise definiert werden, da bei diesen nur ein Gelenk vorhanden ist. Hier wird die Richtung der globalen 3-Achse oder die negative Richtung der Gravitation verwendet. Alternativ wären auch andere Definitionen denkbar, etwa die Richtung zwischen Hüft- und Sprunggelenk.

Beim Beckenkörper ist die Situation für die Orientierung ähnlich wie bei den Füßen, so dass hierfür die selbe Richtung wie bei diesen verwendet wird. Außerdem muss für den Beckenkörper die Position  $\mathbf{p}^{\text{Pelvis}}$  des Segment-Koordinatensystems festgelegt werden. Dieser ist über ein freies Gelenk mit dem Fundament verbunden, so dass kei-

ne Einschränkung für  $\mathbf{p}^{\text{Pelvis}}$  gegeben ist. Das Becken ist über die Hüftgelenke mit dem Oberschenkel verbunden. Daher wird der Mittelpunkt zwischen beiden Gelenken verwendet:

$$\mathbf{p}^{\text{Pelvis}} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}^{\text{LThigh}} + \mathbf{p}^{\text{RThigh}}).$$

## 6.5 Berechnung der Segmentlängen und Anpassung des Modells

Nachdem alle Gelenkzentren berechnet wurden, können die Segmentlängen berechnet werden. Diese entsprechen dem Abstand zwischen den Gelenken auf einem Körper. Die Längen  $l^{\text{LThigh}}$  und  $l^{\text{LLowerLeg}}$  des linken Ober- und Unterschenkels sind

$$\begin{aligned} l^{\text{LThigh}} &= \|\mathbf{x}^{\text{LHip}} - \mathbf{x}^{\text{LKnee}}\| \\ l^{\text{LLowerLeg}} &= \|\mathbf{x}^{\text{LKnee}} - \mathbf{x}^{\text{LAnkle}}\|. \end{aligned}$$

Analoges gilt für die rechte Seite. Die Länge des Fußes kann auf diese Weise nicht ermittelt werden, da hier nur ein einziges Gelenk vorhanden ist. Sie muss manuell gemessen oder manuell (z. B. auf einen statistischen Mittelwert) festgelegt werden.

Das Modell wird mit den berechneten Segmentlängen initialisiert, wobei die nicht ermittelbaren Längen durch manuell gemessene Werte ersetzt werden. Für die Orientierung der Gelenke werden die relativen Drehungen zwischen den SegmentKoordinatensysteme von Vorgänger- und Nachfolgerkörper des Gelenks verwendet.

## 6.6 Bestimmung der Sensorkonfiguration

Die Position eines Punktes auf einem Segmentkörper im globalen System ist abhängig vom Segmentkoordinatensystem und den Koordinaten dieses Punktes darin. Für die inverse Kinematik muss deshalb die Position und die Orientierung jedes Sensors im Segmentkoordinatensystem des zugehörigen Körpers bekannt sein. Das bedeutet, die Darstellung des Sensor-Koordinatensystems  $(\mathbf{t}_i^K, \mathbf{S}_i^K)$  des Körpers  $K$  im System  $(\mathbf{p}_i^K, \mathbf{R}_i^K)$  ist zu bestimmen. Diese Darstellung ist für alle Zeitpunkte  $t_i$  konstant und wird mit  $(\mathbf{c}^K, \mathbf{Q}^K)$  bezeichnet.

Die Position  $\mathbf{c}^K$  des Sensors im System ergibt sich durch Transformation aus dem globalen Koordinatensystem.

$$\mathbf{c}^K = \mathbf{R}^K(\mathbf{p} - \mathbf{t}). \quad (6.13)$$

Die Orientierung entspricht der relativen Drehung zwischen Sensor-Koordinatensystem und Segment-Koordinatensystem, d. h. die Matrix  $\mathbf{Q}^K$  muss die Matrix  $\mathbf{R}_i^K$  in die Matrix

$\mathbf{S}_i^K$  überführen. Aus

$$\mathbf{S}_i^K = \mathbf{Q}^K \mathbf{R}_i^K$$

folgt damit

$$\mathbf{Q}^K = \mathbf{S}_i^K (\mathbf{R}_i^K)^T.$$

Diese Berechnung wird für jeden Körper  $K$  für einen festen Zeitpunkt  $t_i$  durchgeführt. Dieser wird hier auf den Zeitpunkt  $t_0$  festgelegt. Alternativ ist auch eine Mittellung über mehrere Zeitschritte möglich.

## 6.7 Kalibrierübungen

Die Kalibrierung des Modells könnte prinzipiell mit den gemessenen Daten der zu untersuchenden Bewegung stattfinden. Dabei ist jedoch nicht sichergestellt, dass eine hinreichende Drehung in allen Gelenken stattfindet. Außerdem ist diese Vorgehensweise für eine Online-Analyse ungeeignet.

Deshalb ergibt sich die Notwendigkeit, spezielle Übungen für die Kalibrierung durchzuführen. Dieses Vorgehen gewährleistet auch eine vergleichbare Genauigkeit bei unterschiedlichen Probanden. Die Drehung findet dann nur in wenigen Gelenken statt. Messwerte, bei denen keine Drehung im Gelenk stattfindet, sollten nicht in das Gleichungssystem (6.6) aufgenommen werden.

Es ist daher sinnvoll, derartige Messwerte zu detektieren. Eine Möglichkeit dafür besteht in der Betrachtung des Abstands der Sensoren. Eine Rotation im Gelenk führt zu einer Änderung der Position der Sensoren derart, dass sich der Abstand zwischen beiden ändert. Umgekehrt ändert sich der Abstand nicht, wenn keine Drehung im Gelenk stattfindet.

Zwei Messwerte  $(\mathbf{t}_{i+1}^K, \mathbf{S}_{i+1}^K)$  und  $(\mathbf{t}_{i+1}^L, \mathbf{S}_{i+1}^L)$  werden nur dann berücksichtigt, wenn

$$|(\|\mathbf{t}_{i+1}^K - \mathbf{t}_{i+1}^L\| - \|\mathbf{t}_i^K - \mathbf{t}_i^L\|)| > \varepsilon_K \quad (6.14)$$

gilt. Die Schranke  $\varepsilon_K$  muss dabei vom Anwender festgelegt werden. Alternativ könnte auch die Änderung der relativen Drehung zwischen den Sensorkoordinatensystemen beider beteiligter Körper betrachtet werden.

Die Festlegung von  $\varepsilon_K$  ist dabei kritisch. Ein zu niedriger Wert führt zur Verwendung vieler Messdaten, die keine Information liefern. Bei einem zu hohen Wert besteht dagegen die Gefahr, dass viele Messdaten mit hohem Fehleranteil berücksichtigt werden, die das Ergebniss damit verfälschen.

## 6.8 Bestimmung der Haltung des Modells

Mit Hilfe der bei der Kalibrierung ermittelten Größen kann die Haltung des Modells in jedem Zeitschritt der Bewegung bestimmt werden. In dieser Haltung sind aber die Gelenkbedingungen aufgrund der Messfehler verletzt. Eine so berechnete Haltung zu einem Zeitpunkt zu Beginn der Bewegung kann eventuell dennoch als Anfangshaltung für die inverse Kinematik verwendet werden.

Die Position und die Orientierung des Beckens ergeben sich durch Umkehrung der Transformationen aus Abschnitt 6.6 für den Sensor auf dem Beckenkörper. Ebenfalls über die Sensoren auf dem entsprechenden Körper können die Orientierungen der anderen Segmentkörper im Inertialkoordinatensystem bestimmt werden. Die Gelenkwinkel entsprechen dann den relativen Drehungen zwischen den Körpern.

## 6.9 Zusammenfassung

Das beschriebene Verfahren ermöglicht eine automatisierte Kalibrierung des Menschmodells auf Basis von gemessenen Sensordaten. Einige wenige Daten müssen allerdings dennoch vorgegeben werden. Außerdem erfordert das Verfahren ein spezielles Vorgehen bei der Bewegungsanalyse. Der Aufwand dafür ist aber erheblich geringer gegenüber dem bisherigen manuellen Kalibrieren. Zudem kann mit den berechneten Parametern die Haltung des Modells direkt aus Sensordaten berechnet werden, was insbesondere für die Anfangshaltung von Bedeutung ist.

Menschliche Gelenke besitzen i. A. kein eindeutig bestimmtes Zentrum der Rotation. Die berechneten Koordinaten der Gelenkzentren sind deshalb nur Näherungen für die mittleren Positionen der Rotationszentren. Das ist aber für das Ziel der Kalibrierung kein Nachteil. Im Modell der inversen Kinematik werden ebenfalls Kugelgelenke eingesetzt und somit werden eindeutig bestimmte Gelenkzentren benötigt. Diese sollten dann einem mittleren Zentrum entsprechen.

Der hier verwendete Ansatz ist einer von mehreren möglichen Ansätzen. Die Bestimmung des Rotationszentrums aus gemessenen Sensordaten ist Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen. Einige Beispiele dafür sind [7], [23] oder [11]. In diesen wird meist ein Ansatz verwendet, in dem davon ausgegangen wird, dass sich einer der beiden Segment-Körper in Ruhe befindet, während sich der andere bewegt. Diese Voraussetzung ist bei realen Bewegungsmessungen nicht gegeben und muss erst durch Transformation der Werte hergestellt werden. Beispielsweise kann für jeden Zeitschritt das Sensor-Koordinatensystem des Nachfolgers in das Sensor-Koordinatensystem des Vorgängers transformiert werden. Dadurch können aber vorhandene Messfehler verstärkt werden. Eine Übersicht und einen Vergleich einiger Methoden zur Ermittlung des Gelenkzentrums eines Kugelgelenks ist in [5] zu finden.

## 7 Inverse Kinematik

### 7.1 Einleitung

Die Bewegung des Probanden wird vom Motion-Capture-System mit einer festen Abtastfrequenz gemessen. Daher kann die Bewegung als Folge von Haltungen des Probanden interpretiert werden. Das Ziel der inversen Kinematik besteht darin, zu jeder gemessenen Haltung des Probanden eine Haltung des Menschmodells zu ermitteln. Die folgende Erläuterung des Verfahrens befasst sich daher zunächst mit der Ausführung der inversen Kinematik für einen Zeitschritt. Es wird angenommen, dass der Zustand des Modells zum Zeitpunkt  $t_i$  bekannt ist und Messwerte für den Zeitpunkt  $t_{i+1}$  vorliegen.

Für diese Arbeit wird die Bibliothek *alaska/SimulationEngine* genutzt. In dieser ist ein Lösungsverfahren implementiert, welches auch für das Ausführen der Inversen Kinematik verwendet werden kann. Prinzip und Algorithmus dieses Lösungsverfahrens werden im Folgenden vereinfacht dargestellt.

### 7.2 Grundlagen des Verfahrens

Im Folgenden werden unter Kräften sowohl Kräfte als auch Momente zusammengefasst, wenn es nicht ausdrücklich anders beschrieben ist. Das Grundprinzip für die Aufstellung der Bewegungsgleichungen des Mehrkörper-Modells in der *alaska/SimulationEngine* beruht darauf, Zwangsbedingungen im Modell durch Kräfte bzw. Momente zu ersetzen. Die Kräfte stellen eine Strafe für die Verletzung der Zwangsbedingungen dar. Das heißt, bei einer Verletzung der Zwangsbedingung wirkt eine Kraft, die das Modell in einen Zustand zurückführt, in dem die Zwangsbedingung erfüllt ist. So werden Gelenke als Kräfte modelliert, die auf die beiden beteiligten Körper wirken. Für die Kräfte gilt das Prinzip *actio-reactio*. Wenn eine Kraft auf den Vorgängerkörper des Gelenks wirkt, so wirkt eine Kraft gleicher Größe in entgegengesetzter Richtung auf den Nachfolgekörper.

Die Berechnung der Kräfte erfolgt im Inertialkoordinatensystem. Die Position eines Körpers in diesem System wird durch einen Punkt  $\mathbf{x} \in \mathbb{E}^3$  und die Orientierung durch einen Vektor  $\boldsymbol{\varphi} \in \mathbb{R}^3$  ausgedrückt, wobei letzteres einer Parametrisierung in Achse und Winkel entspricht. Kraft und Moment werden jeweils durch einen Vektor  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^3$  bzw.  $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^3$  repräsentiert. Die  $i$ -te Kraft auf dem Körper  $K$  wird mit  $\mathbf{F}_i^K$  und die Gesamtkraft mit  $\mathbf{F}^K$  bezeichnet. Entsprechend gelten diese Indizes auch für die Momente, sowie Position und Orientierung.

In der `alaska/SimulationEngine` stehen Verfahren zur Lösung verschiedener Simulationsaufgaben zur Verfügung. Für die hier verwendete Methode wird zu jedem Zeitschritt ein statisches Gleichgewicht des Modells berechnet. Ein solches statisches Gleichgewicht ist ein Zustand des Modells, für den die Summe aller Kräfte und Momente für jeden Körper gleich null ist (siehe [10]).

Zur Ausführung der inversen Kinematik wird die Bewegung als Folge von statischen Gleichgewichten des Mehrkörpermodells angesehen. Dabei muss das Modell um Kräfte erweitert werden, die die Tracking-Komponenten und Gelenk-Beschränkungen abbilden. Die Kräfte werden so definiert, dass das statische Gleichgewicht dem Zustand des Menschmodells entspricht, bei dem die Gelenkbedingungen möglichst exakt und die Daten der Bewegungsmessung bestmöglich erfüllt sind.

### 7.3 Berechnung der Kräfte (Anwendung auf das Menschmodell)

Im Menschmodell müssen drei Arten von Zwangsbedingungen berücksichtigt werden: Gelenke, Tracking-Komponenten und zusätzlich Gelenk-Beschränkungen. Je nach Art der Zwangsbedingung muss die Definition dieser Kräfte unterschieden werden. Da an die einzelnen Zwangsbedingungen unterschiedliche Anforderungen an die Exaktheit der Erfüllung gestellt werden, müssen die Kräfte gewichtet werden. Diese Gewichte werden in Anlehnung an das Modell der Federkraft als Steifigkeit bezeichnet.

#### Gelenke

Ein Gelenk verbindet zwei Körper und wird durch zwei Gelenkkoordinatensysteme definiert (siehe Abschnitt 4.2). Die Zwangsbedingungen für ein Gelenk werden in Form einer Zwangsbedingung für die beiden Gelenkkoordinatensysteme beschrieben. Die Kräfte für ein Gelenk müssen so definiert werden, dass die Zwangsbedingung des Gelenks erfüllt sind. Das Menschmodell `DynamicusC++` verwendet derzeit nur Kugelgelenke. Ein Kugelgelenk erlaubt eine beliebige Rotation jedoch keine Verschiebung beider Körper zueinander. Für das Kugelgelenk lautet die Zwangsbedingung, dass die Ursprünge beider Gelenkkoordinatensysteme stets identisch sind und das Gelenkzentrum beschreiben. Das bedeutet, dass die Koordinaten der Positionen der beiden Gelenkkoordinatensysteme dargestellt im Inertialkoordinatensystem identisch sind.

Für ein Kugelgelenk zwischen zwei Körpern  $K$  und  $L$  müssen die Kräfte  $\mathbf{F}_i^K$  und  $\mathbf{F}_j^L$  definiert werden, wobei  $i$  und  $j$  die Indizes der Kräfte auf dem jeweiligen Körper beschreiben. Die Positionen der Koordinatensysteme seien  $\mathbf{x}_i^K$  und  $\mathbf{x}_j^L$  im Inertialkoordinatensystem. Damit lautet die Zwangsbedingung  $\mathbf{x}_i^K - \mathbf{x}_j^L = 0$ . Die Definition der Kraft für



den Körper  $L$  erfolgt in Abhängigkeit von dieser Differenz mit einem Gewicht  $c_G \in \mathbb{R}$ :

$$\mathbf{F}_j^L = c_G(\mathbf{x}_i^K - \mathbf{x}_j^L). \quad (7.1)$$

Für den Körper  $K$  gilt dann

$$\mathbf{F}_i^K = -\mathbf{F}_j^L.$$

Die Kräfte greifen im Ursprung der Gelenkkoordinatensysteme an. Die Steifigkeit  $c_G$  muss im Allgemeinen sehr große Werte annehmen, um die Erfüllung der Gelenkbedingung zu gewährleisten. Die Rotation ist im Kugelgelenk nicht eingeschränkt, so dass auf den Körper  $L$  kein Moment eingeprägt werden muss. Die Kraft  $\mathbf{F}_i^K$  bewirkt aber im Körper  $K$  ein Moment, so dass für die Momente

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i^K &= (\mathbf{x}_i^L - \mathbf{x}_i^K) \times \mathbf{F}_i^K \text{ und} \\ \mathbf{M}_i^L &= 0 \end{aligned}$$

gilt. Im konkreten Fall sind die Kraft  $\mathbf{F}_i^K$  und der Vektor  $(\mathbf{x}_i^L - \mathbf{x}_i^K)$  parallel, so dass  $\mathbf{M}_i^K$  verschwindet.

## Tracking-Komponenten

Die Tracking-Komponente stellt eine Zwangsbedingung zwischen dem Körper, auf dem sich der Sensor befindet, und dem Fundament dar. Die Definition der Kräfte für die Tracking-Komponente ist abhängig von deren Sensortyp. Im Wesentlichen müssen Positions- und Orientierungssensoren unterschieden werden. Kombinierte Sensoren erfordern keine gesonderte Betrachtung, da diese aus den anderen beiden Typen zusammengesetzt werden können.

Bei einer Tracking-Komponente für einen Positions-Sensor soll die Position des Body-Sensors mit den Messdaten des Sensors übereinstimmen. Das heißt, die Positionen von Motion-Sensor  $\mathbf{z}_i^K$  und Body-Sensor  $\mathbf{x}_i^K$  müssen gleich sein. Daher erfolgt die Berechnung der Kraft ebenfalls abhängig von der Differenz beider Positionen mit der Gewichtung  $c_T$ :

$$\mathbf{F}_i^K = c_T(\mathbf{z}_i^K - \mathbf{x}_i^K). \quad (7.2)$$

Der Kraftangriffspunkt entspricht der Position des Body-Sensors auf dem Segmentkörper. Die Tracking-Komponente verbindet den Körper  $K$  mit dem Fundament. Auf letzteres wird keine Kraft eingeprägt.

Zwischen Body-Sensor und Motion-Sensor ist eine beliebige Drehung erlaubt, so dass kein Moment benötigt wird:

$$\mathbf{M}_i^K = \mathbf{0}.$$

Im Gegensatz dazu ist bei Orientierungssensoren die Position frei und nur die Orientierung muss eingehalten werden. Die Kraft ist daher gleich null:

$$\mathbf{F}_i^K = \mathbf{0}.$$

Das Moment ist abhängig von der relativen Drehung zwischen den beiden Koordinatensystemen. Letztere kann durch Angabe von Achse  $\mathbf{v}$  und Winkel  $\varphi$  parametrisiert werden. Dadurch ergibt sich der Momentenvektor zu

$$\mathbf{M}_i^K = c_T \varphi \cdot \mathbf{v}, \quad (7.3)$$

der in entgegengesetzter Richtung auf den anderen Körper wirkt:

$$\mathbf{M}_i^K = -\mathbf{M}_i^L.$$

Beim Körper  $L$  handelt sich um das Fundament. Die darauf wirkenden Kräfte und Momente bleiben ohne Wirkung.

## Gelenk-Beschränkungen

Eine Gelenk-Beschränkung fügt dem Modell eine zusätzliche Zwangsbedingung hinzu, in dem die Drehung in einem Gelenk "bestraft" wird. Dazu wird bei einer Relativdrehung im Gelenk ein Moment eingeprägt. Die Achse der Drehung ist dabei nicht frei wählbar, sondern es wird eine Achse des Vorgänger-Koordinatensystems betrachtet. Für jedes Gelenk kann es damit drei Gelenk-Beschränkungen geben.

Soll beispielsweise die Rotation um die 3-Achse beschränkt werden, dann müssen die 1-Achse des ersten Koordinatensystems und die 2-Achse des zweiten Koordinatensystems stets senkrecht aufeinander stehen. Die Basisvektoren der Koordinatensysteme seien  $\mathbf{e}_1^1, \mathbf{e}_2^1, \mathbf{e}_3^1$  und  $\mathbf{e}_1^2, \mathbf{e}_2^2, \mathbf{e}_3^2$ . Daraus folgt für das Skalarprodukt  $(\mathbf{e}_1^1, \mathbf{e}_2^2) = 0$ . Der einzuprägende Momentenvektor ist abhängig vom Skalarprodukt und der Richtung der Drehachse  $\mathbf{e}_1^1 \times \mathbf{e}_2^2$ :

$$\mathbf{M}^L = c_{GE}(\mathbf{e}_1^1, \mathbf{e}_2^2) \cdot \mathbf{e}_1^1 \times \mathbf{e}_2^2. \quad (7.4)$$

Der entsprechende Momentenvektor auf dem Körper  $K$  ist dann durch

$$\mathbf{M}^K = -\mathbf{M}^L$$

gegeben. Eine Beschränkung der Drehung um die 1- oder die 2-Achse entsteht durch Ersetzen der entsprechenden Basisvektoren in Gleichung (7.4).

## 7.4 Zusammenfassung der Kräfte

Die Kräfte werden in Abhängigkeit der Angriffspunkte in Absolutkoordinaten definiert. Da die Positionen  $\mathbf{r}_i$  für jeden der  $n$  Angriffspunkte aber im Segmentkoordinatensystem vorliegen, müssen diese zunächst ins globale System transformiert werden. Das bedeutet, die Kräfte sind abhängig vom Segmentkoordinatensystem und damit von der Lage und der Orientierung des Segmentkörpers.

Die Zusammenfassung der Kräfte zur Gesamtkraft geschieht im Ursprung  $O$  des Segmentkoordinatensystems. Dazu wird jede Kraft  $\mathbf{F}_i^K$  mit dem Angriffspunkt  $\mathbf{r}_i$  parallel in den Punkt  $O$  verschoben, wobei zusätzlich ein Moment  $\mathbf{M}_i^K$  in  $O$  hinzugefügt werden muss, damit die Wirkung gleich bleibt (siehe [10]). Dieses Moment berechnet sich durch  $\mathbf{M}_i^K = \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_i^K$ .

Die Gesamtkraft und das Gesamtmoment entsprechen dann jeweils den Summen aus allen  $n$  Kräften/Momenten

$$\mathbf{F}^K(\mathbf{x}^K, \varphi^K) = \sum_{i=0}^n \mathbf{F}_i^K(\mathbf{x}^K, \varphi^K) \quad (7.5)$$

$$\mathbf{M}^K(\mathbf{x}^K, \varphi^K) = \sum_{i=0}^n \mathbf{M}_i^K(\mathbf{x}^K, \varphi^K) + \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i^K(\mathbf{x}^K, \varphi^K). \quad (7.6)$$

Im folgenden Beispiel wird anhand eines Pendels das Prinzip demonstriert.

**Beispiel 7.1** (Einfachpendel) Zur Veranschaulichung dient ein Einfachpendel, welches aus einem starren Körper besteht, der mittels Kugelgelenk mit dem Fundament verbunden ist. Der Zustand des Pendels wird durch das Koordinatensystem  $(\mathbf{x}, \mathbf{R})$  beschrieben, welches im Gelenk positioniert ist. Dieses soll durch Vorgabe einer gemessenen Position und Orientierung im Inertialkoordinatensystem ausgelenkt werden. Auf dem Körper befinde sich ein Body-Sensor in der lokalen Position  $\mathbf{p}$  mit der Orientierung  $\mathbf{S}$ . Der zugehörige Motion-Sensor hat die Position  $\mathbf{t}$  und die Orientierung  $\mathbf{Q}$  im Inertialkoordinatensystem. Das Gelenk befinde sich auf dem Fundament im Punkt  $\mathbf{o} = (0, 0)$ . Die Situation ist in Abbildung 7-1 dargestellt.

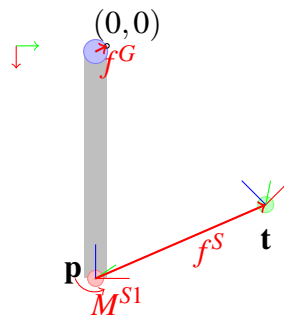


Abbildung 7-1: Kräfte und Momente am Einfachpendel.

Im Gelenk wirkt die Kraft  $\mathbf{F}^G$  und im Body-Sensor die Kraft  $\mathbf{F}^S$ . Aus dieser entsteht beim Zusammenfassen der Kräfte ein Moment. Außerdem wirkt im Sensor das Moment  $\mathbf{M}^{S1}$ , der Tracking-Komponente, welches für die korrekte Orientierung sorgen soll.

Die Kräfte und Momente ergeben sich dann wie folgt:

$$\mathbf{F}^S(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = c_S(\mathbf{t} - \mathbf{R}^T \mathbf{p}) \quad (7.7)$$

$$\mathbf{F}^G(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = c_G(\mathbf{o} - \mathbf{x}) \quad (7.8)$$

$$\mathbf{M}^{S1}(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = c_G \mathbf{M}(\mathbf{S}^T \mathbf{Q}), \quad (7.9)$$

wobei  $\mathbf{M}(\mathbf{S}^T \mathbf{Q})$  entsprechend Formel 7.3 berechnet wird. Die Gesamtkraft und das Gesamtmoment auf dem Körper ergeben sich dann zu:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = c_S(\mathbf{t} - \mathbf{R}^T \mathbf{p}) + c_G(\mathbf{o} - \mathbf{x}) \quad (7.10)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = c_G \mathbf{M}(\mathbf{S}^T \mathbf{Q}) + \mathbf{R}^T \mathbf{p} \times c_S(\mathbf{t} - \mathbf{R}^T \mathbf{p}). \quad (7.11)$$

Zu bestimmen sind  $\mathbf{x}^*$  und  $\mathbf{R}^*$ , so dass  $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*, \mathbf{R}^*) = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{M}(\mathbf{x}^*, \mathbf{R}^*) = \mathbf{0}$  gilt. Dabei ist  $\mathbf{x}^* \neq \mathbf{o}$  genau dann, wenn die Koordinaten von  $\mathbf{t}$  konsistent zum Modell sind. Andernfalls ist  $\mathbf{t}$  ohne Verletzung der Gelenkbedingung nicht erreichbar.

## 7.5 Aufstellen des Gleichungssystems

Das Ziel ist die Berechnung der Position  $\mathbf{x}^{K*}$  und der Orientierung  $\varphi^{K*}$  für jeden Körper  $K$  des Modells, so dass sich ein statisches Gleichgewicht ergibt. Das bedeutet, dass für die Summe der Kräfte und Momente in (7.5) gilt:

$$\mathbf{F}^K(\mathbf{x}^{K*}, \varphi^{K*}) = \mathbf{0} \text{ und} \quad (7.12)$$

$$\mathbf{M}^K(\mathbf{x}^{K*}, \varphi^{K*}) = \mathbf{0}. \quad (7.13)$$

Da die Körper über Gelenke verbunden sind und das Prinzip actio-reactio angewendet wird, sind die einzelnen Gleichungen gekoppelt und können nicht unabhängig voneinander berechnet werden. Die Zustandsvektoren  $\mathbf{x}^K$  und  $\varphi^K$  werden für alle  $N$  Körper eines Modells zu einem Vektor  $\mathbf{y} = (\mathbf{x}^1, \varphi^1, \dots, \mathbf{x}^N, \varphi^N)^T$  zusammengefasst. Die Kräfte  $\mathbf{F}^K$  und die Momente  $\mathbf{M}^K$  sind für alle  $K$  von  $\mathbf{y}$  abhängig, so dass sich das nichtlineare Gleichungssystem

$$\mathbf{F}^1(\mathbf{y}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{M}^1(\mathbf{y}) = \mathbf{0}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{F}^N(\mathbf{y}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{M}^N(\mathbf{y}) = \mathbf{0}$$

ergibt. Die Kräfte und Momente werden vereinigt in einer gemeinsamen Funktion

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}) = (\mathbf{F}^1(\mathbf{y}), \mathbf{M}^1(\mathbf{y}), \dots, \mathbf{F}^N(\mathbf{y}), \mathbf{M}^N(\mathbf{y}))^T. \quad (7.14)$$

## 7.6 Lösung des Gleichungssystems

Zur Lösung des Gleichungssystems wird ein Newton-Verfahren mit Dämpfung verwendet. Ausgehend von einem Startvektor  $\mathbf{y}^0$  wird ein Newton-Schritt mit dem Dämpfungsfaktor  $\lambda \in (0, \dots, 1]$  ausgeführt:

$$\mathbf{y}^{k+1} = \mathbf{y}^k - \lambda \cdot \Delta \mathbf{y}. \quad (7.15)$$

Der Newton-Schritt  $\Delta \mathbf{y}$  ist die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\mathbf{J}(\mathbf{y}^k) \Delta \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{y}^k) \quad (7.16)$$

mit der Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}$  von  $\mathbf{f}$ . Die Jacobi-Matrix setzt sich dabei aus den partiellen Ableitungen von  $\mathbf{f}$  nach den einzelnen Variablen, die analytisch berechnet werden, zusammen.

Die Länge des Schrittes wird von  $\lambda$  bestimmt. Startwert für  $\lambda$  ist 1. Falls der Newton-Schritt zu einer Verschlechterung der Funktion führt, d. h. falls gilt

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{y}^k)\| < \|\mathbf{f}(\mathbf{y}^{k+1})\|, \quad (7.17)$$

wird  $\lambda = \lambda/2$  gesetzt und (7.15) wiederholt. Andernfalls wird  $\mathbf{y}^{k+1}$  akzeptiert und ein neuer Newton-Schritt ausgeführt. Das Verfahren wird beendet, wenn die Abbruchbedingung

$$\Delta \mathbf{y} < \varepsilon_I \quad (7.18)$$

erfüllt ist. In diesem Fall wird  $\mathbf{y}^{k+1}$  also Lösung des Gleichungssystems akzeptiert.

Eine weitere Abbruchbedingung wird wegen der Dämpfung benötigt. Wenn wiederholt keine Verbesserung des Funktionswerts erreicht wird, so wird  $\lambda$  und damit die Schrittlänge sehr klein. Das deutet darauf hin, dass keine Lösung des Gleichungssystems existiert oder vom gewählten Startpunkt  $\mathbf{y}^0$  aus nicht erreicht werden kann. Die Bedingung (7.18) kann dann nicht erfüllt werden. Eine beliebige Verringerung von  $\lambda$  muss daher verhindert werden. Dazu wird eine Schranke  $\lambda_{min}$  festgesetzt, bei deren Unterschreiten das Verfahren mit einer Fehlermeldung abgebrochen wird.

## 7.7 Gesamtverfahren

Die Bewegungsmessung liefert Messdaten für jeden Abtastzeitpunkt  $t_k$  im Zeitintervall  $[t_0, \dots, t_N]$ . Eine Bewegungsmessung besteht aus  $N + 1$  Datensätzen mit Messwerten zu den Zeitpunkten  $t_0$  bis  $t_N$ . Der Zeitpunkt  $t_0$  entspricht der Anfangshaltung, die als bekannt vorausgesetzt wird. Die Übertragung der Bewegung auf das Menschmodell erfolgt derart, dass für einen Zeitpunkt  $t_k$  eine Haltung des Menschmodells ermittelt wird, die den vorgegebenen Messdaten entspricht. Ausgangspunkt dafür ist die Haltung zum Zeitpunkt  $t_{k-1}$ . Dieser Schritt wird entsprechend für jeden Zeitpunkt der Bewegung ausgeführt.

Zuerst wird das Modell mit Zeitschritt  $t_0$  mit der Ausgangshaltung initialisiert. Anschließend wird für jeden Zeitpunkt  $t_i$  folgende Prozedur durchgeführt:

1. Aktualisierung der Motion-Sensoren mit den Messwerten der Zeit  $t_i$
2. Berechnung der Kräfte und Momente in der aktuellen Haltung
3. Zusammenfassung der Kräfte und Momente
4. Aufstellen des Gleichungssystems
5. Lösen des Gleichungssystems
6. Aktualisierung der Haltung des Modells.

## 7.8 Diskussion des Verfahrens

### Vorteile

Das Verfahren zeichnet sich durch einen geringen Rechenaufwand aus. Zudem werden nur die Messwerte für den aktuellen Zeitpunkt  $t_i$  benötigt, weshalb die Berechnung sofort mit der Verfügbarkeit dieser Daten starten kann. Das ermöglicht die Einbindung in ein Online-System, in dem die inverse Kinematik zeitlich parallel zur Bewegungsmessung ausgeführt wird.

Dies gilt insbesondere wenn die Lösung des Gleichungssystems existiert und nicht weit von der Startlösung entfernt liegt. Das Newton-Verfahren konvergiert dann quadratisch [16]. Durch die Dämpfung wird die Konvergenzgeschwindigkeit vermindert, jedoch wird auch der Konvergenzbereich vergrößert [16]. Die Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}$  ist außerdem schwach besetzt. Abseits der Hauptdiagonale existieren nur an denjenigen Stellen Einträge, die zwei durch ein Gelenk verbundene Körper repräsentieren. Diese Struktur kann bei der Lösung des Gleichungssystems ausgenutzt werden, wenn darauf angepasste Algorithmen verwendet werden.

Auf einem Segmentkörper können mehrere Sensoren unterschiedlichen Typs platziert werden, die auch redundante Daten liefern können. Das Lösungsverfahren eignet sich

daher gut für die Anwendung bei hybriden Motion-Capture-Systemen.

Durch den Ansatz, alle Bindungen durch Kräfte zu modellieren, entsteht eine gewisse Robustheit gegenüber Messfehlern und Fehlern in den Sensor-Positionen. Der Grund dafür liegt darin, dass ein statisches Gleichgewicht auch dann existiert, wenn in einer Tracking-Komponente eine exakte Übereinstimmung der Positionen nicht möglich ist. Die dadurch verbleibende Kraft wird durch eine kleine Verletzung der Gelenkbedingung mit entgegen gerichteter Kraft ausgeglichen. In den Tracking-Komponenten sind dann die Positionen von Motion- und Body-Sensor nicht identisch. Die Abstände (Restklaffung) zwischen beiden Sensoren werden im Folgenden als *Positionsfehler* der Tracking-Komponente bezeichnet. Das Zulassen eines solchen Positionsfehlers verhindert das Auftreten des Problems der Erreichbarkeit.

## Mögliche Probleme

Für die Lösung des Gleichungssystems muss die Jacobi-Matrix regulär sein. Das ist nicht der Fall, wenn die Ableitung in einer der 6 Richtungen auf einem Körper Null ist und tritt ein, wenn nicht genügend Kräfte auf diesem Körper definiert sind, bzw. wenn diese linear abhängig sind. Das bedeutet, dass die Anzahl der durch Sensoren gegebenen Bedingungen den Zustand des Menschmodells eindeutig festlegen. Werden weniger Sensoren verwendet, müssen zusätzliche Bedingungen eingefügt werden, so dass der Zustand des Modells bestimmt ist. Dies kann durch Einfügen von Gelenk-Beschränkungen erfolgen.

Das statische Gleichgewicht ist in einigen Fällen nicht eindeutig bestimmt, da sich mehrere Kräfte in Betrag und Richtung gegenseitig aufheben können. Das kann zu einem Zustand des Modells führen, der nicht erwünscht ist. Damit das Newton-Verfahren gegen die gewünschte Lösung konvergiert, darf der Startwert nicht zu weit vom gesuchten statischen Gleichgewicht entfernt sein. Da jeweils die Lösung des vorherigen Zeitschrittes als Startwert verwendet wird, hängt die Entfernung von der Geschwindigkeit der Bewegung und der Abtastfrequenz ab. Ist die Abtastfrequenz zu gering, können Zwischenschritte eingefügt werden, deren Werte durch Interpolation bestimmt werden müssen. Problematisch bleibt aber die Ermittlung eines geeigneten Startwertes für den Anfangszeitpunkt des Prozesses. Für diesen Fall müssen alternative Strategien gewählt werden.

Fallen Sensoren während der Bewegung für mehrere Zeitschritte aus, können die Sensordaten im entsprechenden Zeitintervall ebenfalls interpoliert werden. Die Interpolation führt zwar zu Ungenauigkeiten, die jedoch ebenso wie Messfehler ausgeglichen werden. Allerdings ist die Interpolation nicht in einem Online-System verwendbar. Betrifft der Ausfall nur wenige Zeitschritte, so können die letzten bekannten Werte beibehalten werden.

Zur Lösung des Gleichungssystems wird die Funktion  $\mathbf{f}(\mathbf{y})$  aus Gleichung (7.14) linearisiert. Dominieren im Arbeitspunkt jedoch quadratische Anteile, so wird die Funktion schlecht approximiert. Die Approximation ist nur für eine sehr kleine Schrittweite  $\lambda$  hinreichend gut. Das hat zum einen Konsequenzen für die Rechenzeit, da die Anzahl benötigter Newton-Schritte sehr hoch werden kann. Zum anderen kann die Schrittweite so klein werden, dass  $\lambda < \lambda_{min}$  gilt und das Verfahren abbricht.

Schwierigkeiten können bei dem verwendeten Newton-Verfahren mit Dämpfung durch die Bewertung eines Newton-Schrittes entstehen. Das folgende Beispiel illustriert die auftretende Problematik.

**Beispiel 7.2** (ebenes Einfachpendel) Für eine bessere Übersichtlichkeit wird das Einfachpendel aus Beispiel 7.1 auf eine Darstellung in der Ebene reduziert. Dadurch vereinfachen sich die Gleichungen. Der Freiheitsgrad wird dadurch auf 3 reduziert und der Zustand kann durch die Variablen  $x_1, x_2, \varphi$  dargestellt werden.

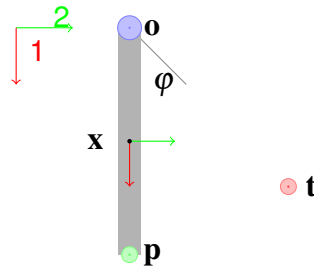


Abbildung 7-2: Ebenes Einfachpendel.

Das Gelenk befindet sich im Ursprung  $O$  des Inertialkoordinatensystems. Der Sensor und das Gelenk erhalten im Körperkoordinatensystem die Positionen  $(1,0)^T$  respektive  $\mathbf{p} = (-1,0)^T$ . Der vom Sensor zu erreichende Punkt wird so positioniert, dass er ohne Verletzung des Gelenks erreichbar ist. Das ist beispielweise für  $\mathbf{t} = (\sqrt{2}, -\sqrt{2})^T$  der Fall. Die Situation ist in Abbildung 7-2 zu sehen.

Die Funktionen der Kräfte sind

$$\begin{aligned} F_1^S &= c_1(t_1 - x_1 - \cos \varphi) \\ F_2^S &= c_1(t_2 - x_2 - \sin \varphi) \\ F_1^G &= c_2(-x_1 + \cos \varphi) \\ F_2^G &= c_2(-x_2 + \sin \varphi) \\ M^S &= \cos(\varphi)F_2^S - \sin(\varphi)F_1^S \\ M^G &= -\cos(\varphi)F_2^G + \sin(\varphi)F_1^G, \end{aligned}$$



woraus sich die Gesamtkraft

$$\mathbf{f}(x_1, x_2, \varphi) = \begin{pmatrix} F_1^S + F_1^G \\ F_2^S + F_2^G \\ M^S + M^G \end{pmatrix} \quad (7.19)$$

auf dem Körper ergibt. Für die partiellen Ableitungen folgt

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_1} = \begin{pmatrix} -c_1 - c_2 \\ 0 \\ (c_1 - c_2) \sin(\varphi) \end{pmatrix}, \quad (7.20)$$

sowie

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -c_1 - c_2 \\ (-c_1 + c_2) \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad (7.21)$$

und

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} (c_1 - c_2) \sin \varphi \\ (-c_1 + c_2) \cos \varphi \\ -(c_1(t_1 - x_1) + c_2 x_2) \cos(\varphi) - (c_1(t_2 - x_2) + c_2 x_2) \sin(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (7.22)$$

Das Pendel befinde sich im Punkt  $\mathbf{x}_0 = (1, 0)$  mit einem Winkel  $\varphi = 0$  und  $\mathbf{t} \neq (2, 0)^T$ . In diesem ist die Gelenkbedingung erfüllt, also  $\mathbf{F}_1^G = \mathbf{F}_2^G = 0$ . Für die Steifigkeiten gelte  $c_2 \gg c_1$ , z. B.  $c_1 = 10^2$  und  $c_2 = 10^8$ . Die Norm der Funktion  $\mathbf{f}$  hängt von  $c_1$ , aber nicht von  $c_2$ , ab und ist deshalb relativ klein (in der Größenordnung von  $c_1$ ). Wegen  $\varphi = 0$  verschwinden die Werte der Ableitung in der ersten Komponente von (7.22) und der dritten Komponente von (7.20). Die Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}$  an der Stelle  $(1, 0, 0)$  hat deshalb folgende Struktur:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_{11} & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & J_{23} \\ 0 & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix}.$$

Die restlichen Einträge in  $\mathbf{J}$  sind verschieden von Null. Außerdem ist  $\mathbf{J}$  regulär. Die Richtung der 1-Achse ist jedoch von den anderen beiden Richtungen entkoppelt. Im Newton-Verfahren wird das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} -c_1 - c_2 & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & J_{23} \\ 0 & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ d\varphi \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -c_1(t_1 - x_1 - 1) \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

gelöst.

Dabei kann  $dx_1$  direkt berechnet werden:  $dx_1 = -f_1/J_{11} = -c_1(t_1 - x_1 - 1)/(-c_1 - c_2)$ . Das bedeutet, dass  $dx_1$  sehr klein wird (in der Größenordnung von  $c_1/c_2$ ), so dass kaum Änderungen an der Position in Richtung 1-Achse erfolgen. Andererseits erfolgen

Änderungen in Richtung 2-Achse (und auch im Winkel). Die Änderung der 2-Richtung führt daher zwangsläufig zum Verletzen der Gelenkbedingung. Dies führt wiederum zu einem neuen Kraftvektor mit sehr großer Norm (in der Größenordnung von  $c_2$ ). Die Anwendung des Newton-Schrittes mit Schrittlänge  $\lambda = 1$  würde also eine enorme Verschlechterung bedeuten. Abbildung 7-3 zeigt einen Vergleich der Zustände beim Start und nach Ausführung eines Newton-Schrittes.

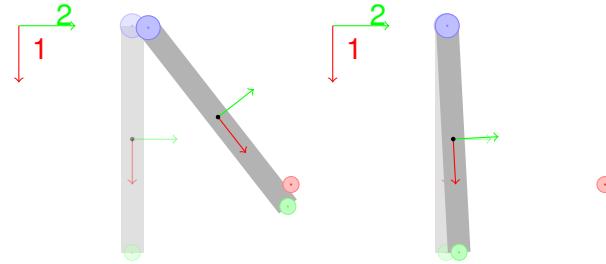


Abbildung 7-3: Lage des Einfachpendels nach Ausführung des ersten Newton-Schrittes mit  $\lambda = 1$  (links) und mit  $\lambda \approx 1e - 6$  (rechts).

Durch den Dämpfungsalgorithmus wird deshalb die Schrittweite verringert. Eine Schrittlänge  $\lambda > 0$  führt zu einer Verletzung der Gelenkbedingung. Diese ist nur für einen sehr kleinen Winkel  $\varphi$  klein genug um die Bedingung (7.17) zu erfüllen. Das bedeutet, dass  $\lambda$  ebenfalls sehr klein sein muss. Eine Abschätzung ergibt, dass  $\lambda$  in der Größenordnung von  $c_1/c_2$  liegen muss. Durch die kleine Schrittweite verbessert sich die Situation im nächsten Newton-Schritt nur wenig. Je nach Parameterwahl für  $\lambda_{min}$  bricht das Verfahren daher ab oder benötigt sehr viele Schritte bis zur Lösung.

Die Startposition mit  $\varphi = 0$  ist für das Verfahren folglich ungünstig. Daran ändert auch eine Veränderung der Zielposition nichts. Abbildung 7-3 zeigt eine Verbesserung des Zustandes des Pendels in zwei der drei Variablen nach einem Newton-Schritt. Die Akzeptanz dieser Lösung würde im nächsten Schritt zu einer Lösung führen, die der optimalen Lösung deutlich näher kommt. Das deutet daraufhin, dass eine geänderte Bewertung eines Newton-Schrittes günstiger wäre. Wird das Segmentkoordinatensystem im Gelenk positioniert, dann ändert sich das Verhalten und die Problematik tritt in der Form nicht auf. Gleiches gilt bei Verzicht auf die Dämpfung im Newton-Verfahren.

Eine Möglichkeit zur Umgehung dieses Problems besteht in der Verringerung des Parameters  $\lambda_{min}$  für die minimal zulässige Schrittlänge. Dadurch erhöht sich allerdings der Rechenaufwand. Für eine Anwendung mit dem Anspruch der Echtzeitfähigkeit ist das Verfahren dann nicht geeignet, da sich die Anzahl der Rechenschritte nicht mehr abschätzen lässt. Das Beispiel legt aber eine andere Möglichkeit nahe: das Zulassen einer Verschlechterung der Norm der Funktion innerhalb eines Newton-Schrittes.

Im gesamten Menschmodell ist die Situation deutlich komplexer, so dass eine ähnliche Analyse nicht ohne Weiteres dafür erfolgen kann. Das gilt auch für mögliche Lösungen des Problems.

## 8 Umsetzung

### 8.1 Softwarebasis

Die Implementierung des Verfahrens erfolgt in C++. Als Menschmodell kommt dabei DynamicusC++ zum Einsatz, dessen prinzipieller Aufbau in Abschnitt 4.2 beschrieben wurde. Dieses Modell basiert auf der C++-Bibliothek *alaska/SimulationEngine*. Diese Bibliothek stellt Klassen und Funktionen für die Modellierung und die Simulation von Mehrkörpersystemen bereit. Es stehen u. a. C++-Klassen für Matrizen- und Vektorrechnung, verschiedene Parametrisierungen von Rotationen und das Lösen von Gleichungssystemen zur Verfügung. Weiterhin sind Klassen für Modellelemente wie Starrkörper und Gelenke vorhanden, sowie Methoden zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen für Mehrkörpermodelle. Mit der *alaska/SimulationEngine* können verschiedene Simulationaufgaben gelöst werden. Bei der Dynamiksimulation werden die Bewegungsgleichungen im Zeitbereich numerisch integriert. Bei der Berechnung der Quasistatik wird für jeden Zeitschritt des Prozesses ein statischer Gleichgewichtszustand des Modells berechnet.

Als Ergänzung stellt die Bibliothek *alaska/SimulationEngineGraphics* Klassen für eine Visualisierung des Modells bereit. Ein Beispiel für die Verwendung beider Bibliotheken ist im Anhang zu finden. Die Anpassung des Modells an den Probanden erfolgt mit Hilfe manuell ermittelter Werte, die aus einer Datei eingelesen werden können. Gleiches gilt für die Positionierung des Modells und die Haltung des Modells.

### 8.2 Erzeugung virtueller Messdaten

Im Rahmen dieser Arbeit wurde auf die Gewinnung von Messdaten mit Motion-Capture-Systemen verzichtet. Stattdessen wurden Messdaten mit Hilfe des Menschmodells virtuell erzeugt. Dieses Vorgehen hat einerseits den Vorteil, dass die Ergebnisse der Inversen Kinematik besser validiert werden können und andererseits können vielfältige Messdaten (verschiedene Sensortypen, verschiedene Kalibrierübungen,...) ohne großen Aufwand generiert werden, um die Leistungsfähigkeit des Verfahrens umfassend zu testen.

Zur Erzeugung von Messdaten wurde das Dynamicus-Modell um Komponenten für Body-Sensoren erweitert. Auf jedem Segmentkörper werden eine oder mehrere dieser Komponenten entsprechend der Sensorkonfiguration angebracht, deren Position und Orientierung im Inertialkoordinatensystem zu jedem Zeitschritt berechnet werden kann. Es wird eine Vorwärtskinematik für das Dynamicus-Modell ausgeführt. Die dafür notwendigen Gelenkwinkelverläufe und anthropometrischen Daten stammen aus einer

mittels alaska/Dynamicus ausgewerteten realen Messung. Die Sensorkonfiguration wird ebenfalls über eine externe Datei vorgegeben, da sie bei der Ausführung der inversen Kinematik wieder benötigt wird. Die Absolutkoordinaten und die Orientierung der Sensoren werden dabei gespeichert und in Dateien ausgegeben. Diese Dateien werden nachfolgend wie Messdaten verwendet. Die virtuellen Messdaten sind folglich mit den Zwangsbedingungen im Gelenk und der Sensorkonfiguration konsistent.

### 8.3 Modell für die inverse Kinematik

Für die inverse Kinematik kommt ein reduziertes DynamicusC++-Modell zum Einsatz, welches um die benötigten Komponenten erweitert wurde. Dazu gehören die im Abschnitt 4.5 beschriebenen Tracking-Komponenten. Die Steifigkeit  $c_T$  der Tracking-Komponente ist konfigurierbar. Die Positionierung der Body-Sensoren erfolgt konfigurierbar durch Einlesen aus einer Datei mit den Informationen der Sensorkonfiguration. Der Motion-Sensor wird zeitabhängig auf Basis der Messdaten, die sich ebenfalls in einer externen Datei befinden, positioniert. In dieser Datei liegt für jeden abgetasteten Zeitschritt ein Datensatz vor, der aus dem Abtastzeitpunkt, den Koordinaten der Position sowie einer Drehmatrix für die Orientierung besteht. Ein zusätzlicher Wert gibt Auskunft über die Güte des Messwertes. Das ermöglicht eine Reaktion auf einen Messwertausfall in der inversen Kinematik. Bei einem solchen kann die Steifigkeit  $c_T$  verringert werden. Position und Orientierung des Motion-Sensors verbleiben auf den Werten des letzten ordnungsgemäßen Messwertes.

Es werden die Messwerte aller Zeitpunkte zu Beginn des Verfahrens eingelesen, wodurch eine Interpolation der Werte möglich wird. Gelenk-Beschränkungen können vor Beginn der inversen Kinematik zur Laufzeit aktiviert werden. Eine Deaktivierung zur Laufzeit ist aber nicht vorgesehen.

Das Modell muss nach dem Programmstart zunächst initialisiert, d. h. auf Basis der Kalibrierdaten aufgebaut werden. Diese Initialisierung findet im Ursprung des Inertialkoordinatensystem statt. Anschließend wird das Modell in die Anfangshaltung gebracht. Zum Start der inversen Kinematik wird mit Hilfe des Newton-Verfahrens ein Zustand des Modells in der Anfangshaltung berechnet. Dabei werden spezielle Parameter verwendet. Anschließend erfolgt die Ausführung der inversen Kinematik in der beschriebenen Form.

### 8.4 Kalibrierung

Die Implementierung des Algorithmus für die Kalibrierung erfolgt mit einem angepassten Modell, in dem die benötigten Funktionen aus Kapitel 6 ergänzt wurden. Für die benötigte Singulärwert-Zerlegung stellt die alaska/SimulationEngine Funktionen bereit.

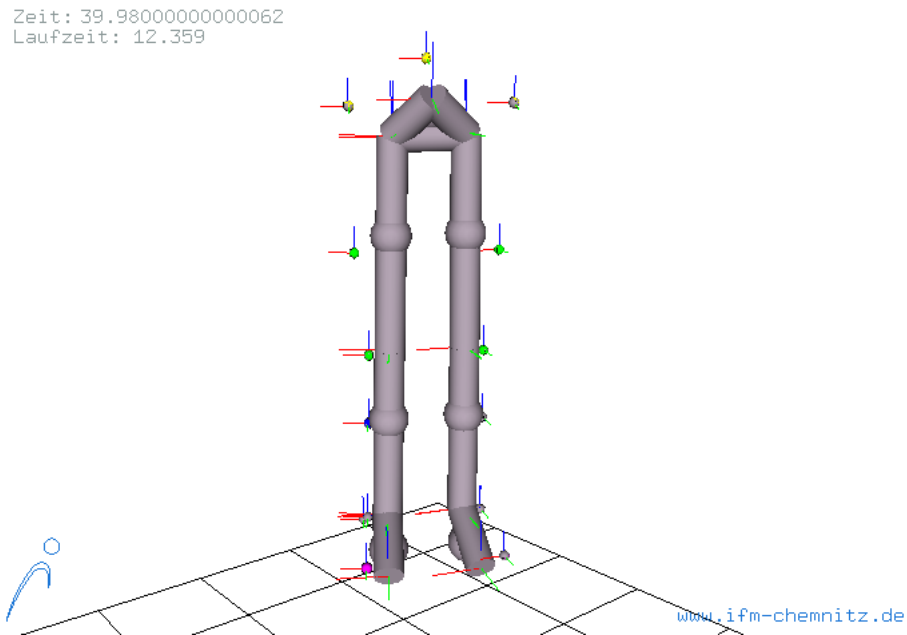


Abbildung 8-1: Viewer-Ansicht des Modells mit Sensoren.

Die ermittelten Ergebnisse wie Segmentlängen und Sensorpositionen werden in eine Datei exportiert und stehen anschließend für eine Verwendung in der inversen Kinematik zur Verfügung. Dadurch ist es allerdings nicht möglich, Kalibrierung und inverse Kinematik für eine Bewegungsmessung in einem Programmdurchlauf auszuführen.

## 8.5 Steuerung

An das Programm müssen eine Reihe von Informationen übergeben werden, z. B. Sensorkonfigurationen und Messdaten. Außerdem müssen die Werte der Steifigkeiten für Gelenke und Tracking-Komponenten festgelegt werden. Für die Bedienung des Programms wurde eine Benutzeroberfläche geschaffen. Diese erlaubt eine komfortable Einstellung der Parameter und eine Auswahl der verwendeten Messungen und Probanden. Dadurch können unterschiedliche Parameterkombinationen für verschiedene Bewegungsabläufe und Probanden untersucht werden.

Einstellbar sind die Parameter für die Steifigkeiten von Gelenken, Tracking-Komponenten und Gelenk-Beschränkungen. Letztere können einzeln für jedes Gelenk und jede Gelenkachse aktiviert werden. Außerdem kann eine Abtastfrequenz festgelegt werden, mit der gerechnet wird. Ist diese verschieden von der Abtastfrequenz der Messdaten, so werden letztere interpoliert. Die Interpolation erfolgt linear für die Koordinaten der Positionen und über Achse und Winkel für die Orientierung (siehe Anhang 11.1).



## 9 Ergebnisse

### 9.1 Überblick

Im Folgenden werden einige Beispiele für die Anwendung der inversen Kinematik bei unterschiedlichen Bedingungen und für die Kalibrierung des Modells vorgestellt. Für die inverse Kinematik werden dabei zwei verschiedene Anordnungen der Sensoren untersucht, wobei eine Modifikation einiger Randbedingungen stattfindet.

Gegenstand der Untersuchung ist eine Bewegung, die als *Hinsetzen* bezeichnet wird. Für diese liegen die Gelenkwinkelverläufe vor, die durch *alaska/Dynamicus* aus einer gemessenen Bewegungssequenz ermittelt wurden. Es liegt somit eine reale menschliche Bewegung zugrunde und die anthropometrischen Daten sind verfügbar. Letzteres gilt ebenso für die genaue Anfangshaltung des Modells in der Bewegung. Die vorgegebene Bewegung wird in diesem Kapitel als *Referenzbewegung* bezeichnet.

Die Bewertung des Ergebnisses der inversen Kinematik kann durch einen Vergleich der ermittelten Gelenkwinkel mit den vorgegebenen Gelenkwinkeln erfolgen. Außerdem kann der mittlere Abstand der Positionen von Motion- und Body-Sensor als Maß für die Genauigkeit der Berechnung verwendet werden. Für die Überprüfung des Ergebnisses der Kalibrierung dient der Vergleich der Segmentlängen und Gelenkpositionen im Inertialkoordinatensystem.

Um eine Aussage über das Laufzeitverhalten des Programms zu treffen wird die relative Rechenzeit angegeben, d. h. der Quotient aus der für die inverse Kinematik benötigten Zeit und der Dauer der analysierten Bewegung. Dieser Wert wird als *Zeitfaktor* bezeichnet und dient hauptsächlich dem Vergleich der unterschiedlichen Situationen.

Zuvor werden allerdings einige Voraussetzungen geklärt und es wird auf die Auswirkungen der im Abschnitt 7.8 angesprochenen Probleme im Algorithmus der inversen Kinematik eingegangen.

### 9.2 Vorbemerkungen

Die inverse Kinematik kann für verschiedene Bewegungen und mit unterschiedlichen Sensortypen erfolgreich ausgeführt werden. Voraussetzung dafür sind eine exakt vorgegebene Anfangshaltung, eine genau abgestimmte Wahl der Steifigkeiten und die Verwendung konsistenter Messdaten. In diesem Fall läuft der Prozess bis zum Ende durch und die Ergebnisse, d. h. die ermittelten Gelenkwinkel entsprechen im Rahmen der numerischen Genauigkeit den Vorgaben der Referenzbewegung.

Ein geringes Abweichen von den genannten Bedingungen führt jedoch zu häufig zu einem Abbruch des Verfahrens. Auf die Anfangshaltung wurde bereits an anderer Stelle eingegangen (siehe Abschnitte 7.8 bzw. 2.3). Werden Messdaten verwendet, die nicht konsistent sind, so konvergiert das Newton in einigen wenigen Zeitschritten nicht. Ähnliches gilt, wenn die Steifigkeit der Tracking-Komponenten zu gering im Verhältnis zu den Gelenksteifigkeiten gewählt wird. Durch Aktivieren von Gelenk-Beschränkungen wird die Situation noch verschärft.

Als Ursache für die Schwierigkeiten wird die im Beispiel 7.2 beschriebene Problematik vermutet. Die Situation beim Menschmodell ist jedoch wesentlich komplexer als im Beispiel. Dennoch wird auch hier ein Zusammenhang zwischen minimaler Schrittweite  $\lambda_{min}$  und dem Verhältnis der Steifigkeiten sichtbar. Eine Verkleinerung von  $\lambda_{min}$  führt zu einer Verbesserung des Verhaltens, wobei allerdings die Rechenzeit stark ansteigt.

Für einen Einsatz unter praxisgerechteren Bedingungen wird ein robusteres Verfahren benötigt, bei dem fehlerbehaftete Messdaten verwendet werden können und eine Variation der Steifigkeiten möglich ist. Dabei sollte der benötigte Rechenaufwand nicht zu stark ansteigen. Deshalb wurde vom IfM eine Heuristik implementiert, die eine Verschlechterung der Norm der Funktion im Newton-Verfahren zulässt. Dabei wird die Bedingung (7.17) ersetzt durch

$$\left\| \mathbf{f}(\mathbf{y}^k) \right\| + g < \left\| \mathbf{f}(\mathbf{y}^{k+1}) \right\|,$$

mit dem zusätzlichen Faktor  $g$  der sich durch

$$g = \begin{cases} (\mathbf{f}(\mathbf{y}^{k+1}))^T \mathbf{f}(\mathbf{y}_k), & \text{falls } \left\| \mathbf{f}(\mathbf{y}_k) \right\|^2 < (\mathbf{f}(\mathbf{y}^{k+1}))^T \mathbf{f}(\mathbf{y}_k) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

berechnet. Diese Heuristik kommt bei allen folgenden Beispielen zum Einsatz.

Als minimaler Dämpfungsfaktor in der Newton-Iteration wurde  $\lambda_{min} = 10^{-8}$  verwendet. Bei allen Rechnungen wurde die Steifigkeit der Gelenke auf  $10^8$  und die Steifigkeit der Tracking-Komponenten auf  $10^6$  festgelegt. Als Steifigkeit für die Gelenk-Beschränkungen wird, soweit nicht anders erwähnt, ein Wert von  $10^7$  verwendet.

Die Erzeugung der Messdaten erfolgt mit einer Abtastfrequenz von 50 Hz. Dieselbe Frequenz wird auch für die inverse Kinematik verwendet, sofern dies möglich ist. Bei allen Beispielen und Varianten wird die exakte Anfangshaltung vorgegeben.



### 9.3 Variante 1: Positionssensoren

Als erstes wird eine Anordnung mit 15 Positions-Sensoren untersucht. Als Vorlage dient dabei eine Anordnung, die in der Literatur ([4]) als *Helen-Hays-Markersatz* bezeichnet und in der Ganganalyse verwendet wird. Die Anordnung ist in [12] beschrieben. Für die Anforderungen dieser Arbeit wurde die Positionierung der Sensoren angepasst, beispielsweise indem diese direkt auf der Hautoberfläche angebracht werden. Es befinden sich drei Sensoren auf dem Becken-Körper und jeweils zwei auf Oberschenkel, Unterschenkel und Fuß. Die Anordnung ist in Abbildung 9-1 zu sehen. Die Sensoren sind so angeordnet, dass der Zustand jedes Segment-Körpers ausreichend bestimmt ist.

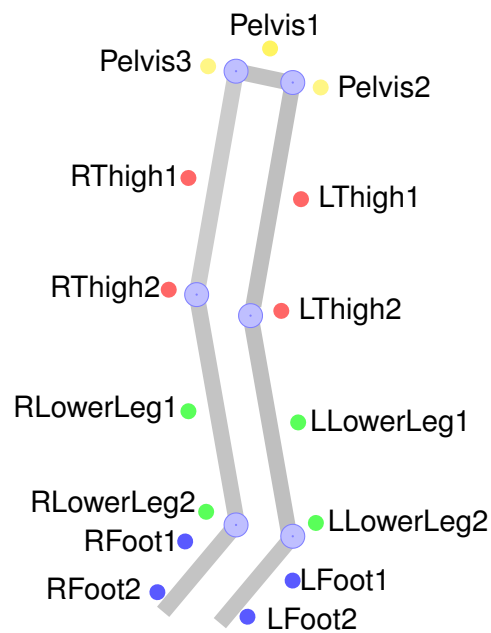


Abbildung 9-1: Anordnung der Sensoren

## Konsistente Daten

Die günstigsten Bedingungen für die inverse Kinematik liegen bei der Verwendung konsistenter Messwerte vor. Dabei bleiben die Sensor-Konfigurationen und die anthropometrischen Daten unverändert gegenüber der Vorwärtskinematik, die zum Erzeugen der Messwerte verwendet wurde. Dadurch können alle vorgegebenen Sensorpositionen exakt erreicht werden, ohne dabei Gelenkbedingungen zu verletzen.

Bei der Ausführung der inversen Kinematik konvergiert das Verfahren in jedem Zeitschritt. Der Zeitfaktor beträgt ca. 0.25. Die berechneten Gelenkwinkel können mit denen der Ausgangsbewegung verglichen werden. Hier zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung, wie exemplarisch in Abbildung 9-2 für die Kniegelenke und in Abbildung 9-3 für das linke Hüftgelenk zu sehen ist. Die mittleren Positionsfehler der Tracking-Komponenten sind kleiner als  $10^{-6}$  m, was der Eingabegenauigkeit der Messwerte entspricht. In Tabelle 9-1 sind die mittleren Positionsfälle für diese und die folgenden Fälle aufgelistet. Abbildung 9-4 zeigt die Werte der Koordinaten der Sensorpositionen des Sensors LHeel2 im Vergleich.

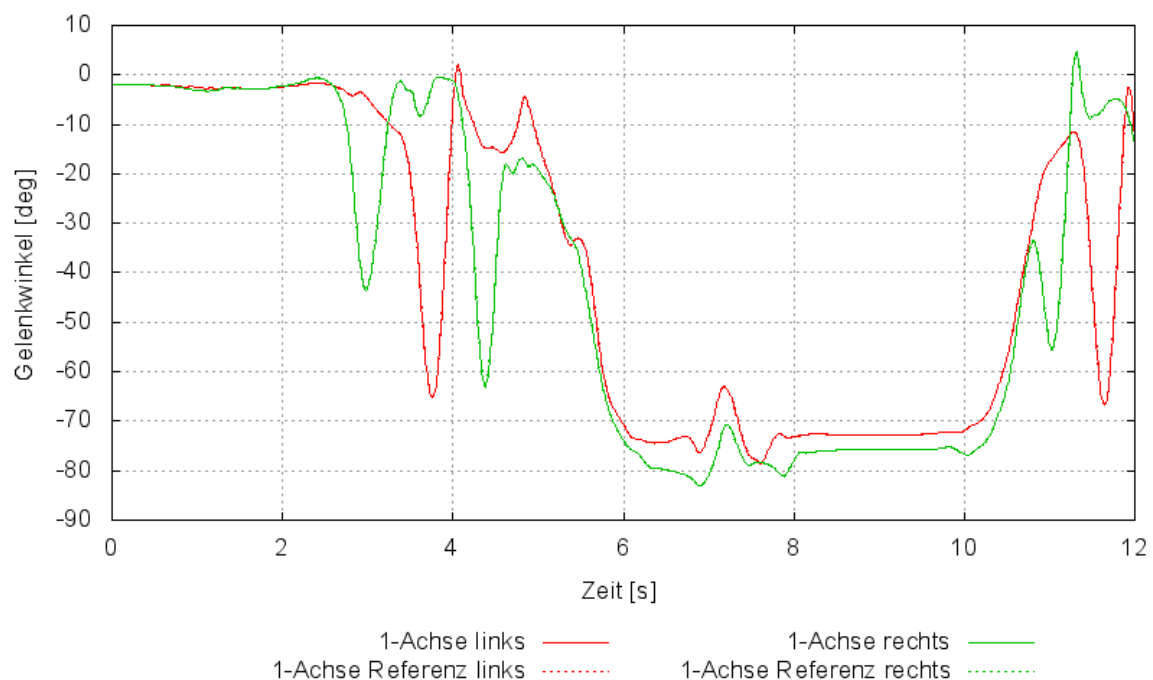


Abbildung 9-2: Vergleich der berechneten und der vorgegebenen Gelenkwinkel des linken und rechten Kniegelenks bei Verwendung konsistenter Daten.

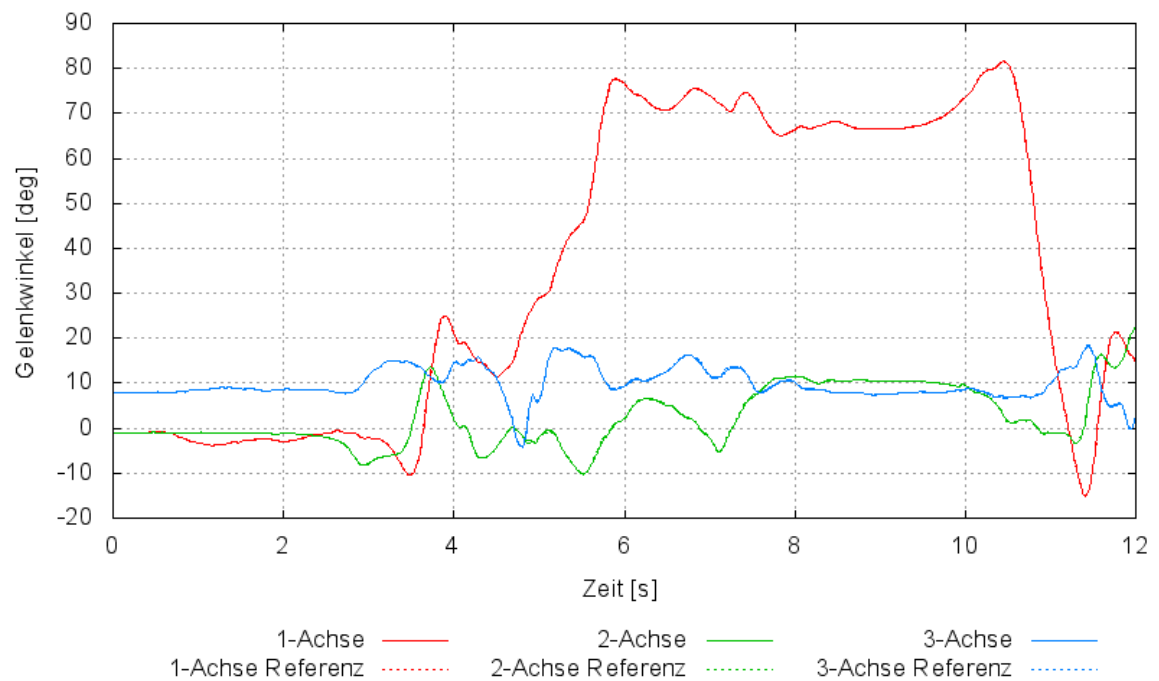


Abbildung 9-3: Vergleich der berechneten und der vorgegebenen Gelenkwinkel des linken Hüftgelenks bei Verwendung konsistenter Daten.

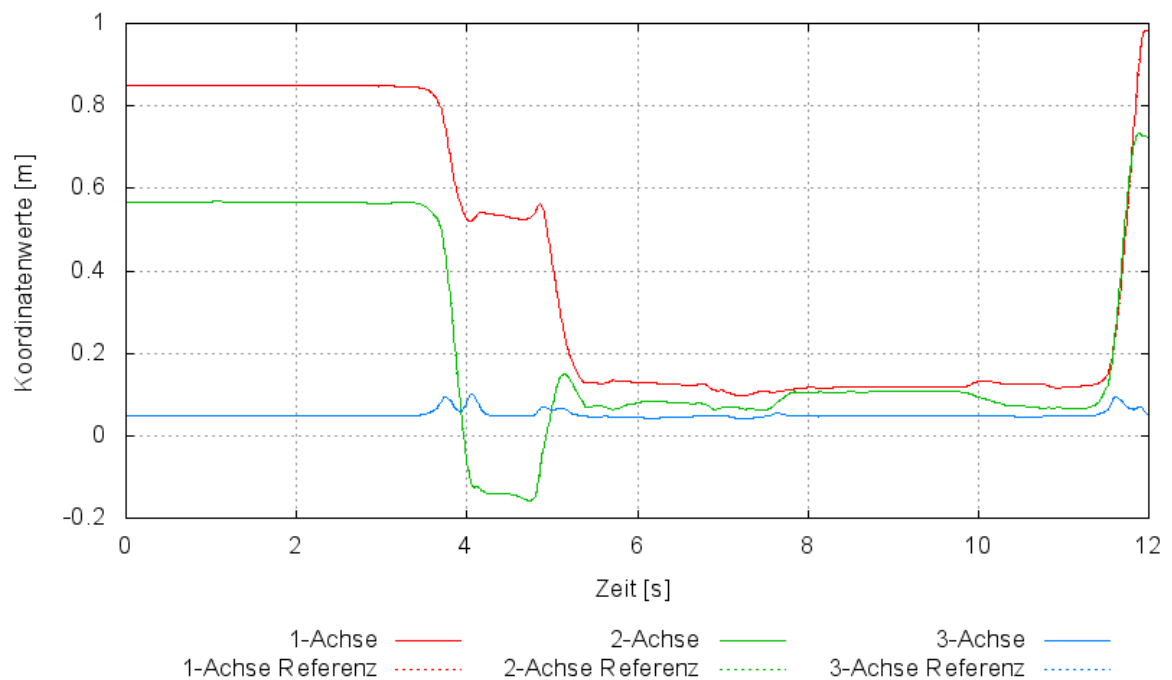


Abbildung 9-4: Vergleich der berechneten und der gemessenen Koordinaten der Position des Sensor LFoot2 auf dem linken Fuss.

## Temporärer Ausfall von Messwerten

Bei der Bewegungsmessung tritt häufig der Fall ein, dass Sensoren temporär keine Messwerte liefern. Diese Situation ist typisch für die Verdeckung optischer Marker oder wenn die Reichweite für die Übertragung der Messwerte eines Sensors überschritten wird.

Exemplarisch wird ein Ausfall der Messwerte beider Sensoren auf dem linken Oberschenkel simuliert. Die Dauer des Ausfalls beträgt 0.5 Sekunden. Auf das Verhalten der inversen Kinematik und auf die Rechenzeit hat das keinen Einfluss. Allerdings weichen die Gelenkwinkel im linken Hüftgelenk mit zunehmender Ausfallzeit immer stärker von der Vorgabe ab, wie in Abbildung 9-5 zu sehen ist. Diese Verdrehung führt zu einer Verdrehung im linken Kniegelenk (Abbildung 9-6) und in abgeschwächter Form im linken Sprunggelenk, sowie den Gelenken des rechten Beins (Abbildung 9-7).

Fallen beide Sensoren für einen längeren Zeitraum aus, so ist ein Abbruch des Verfahrens zu erwarten, da dann der aktuell berechnete Zustand zu weit vom nächsten korrekten Zustand entfernt ist. Ähnliche Ergebnisse zeigen sich beim Ausfall von Sensorwerten auf anderen Körpern.

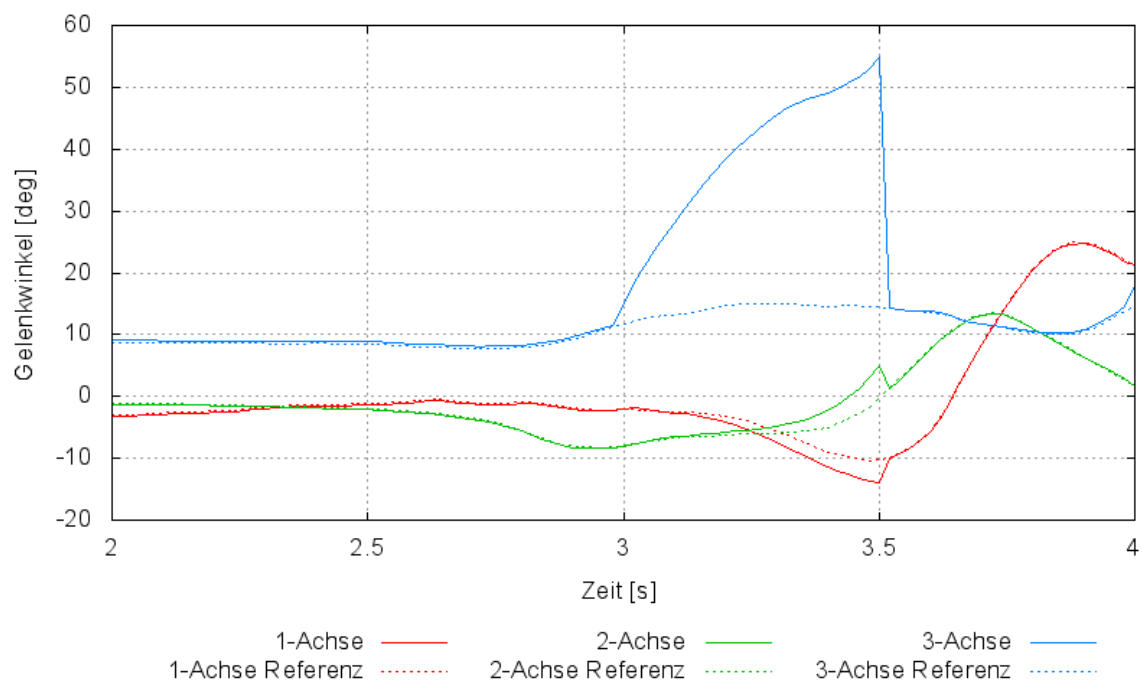
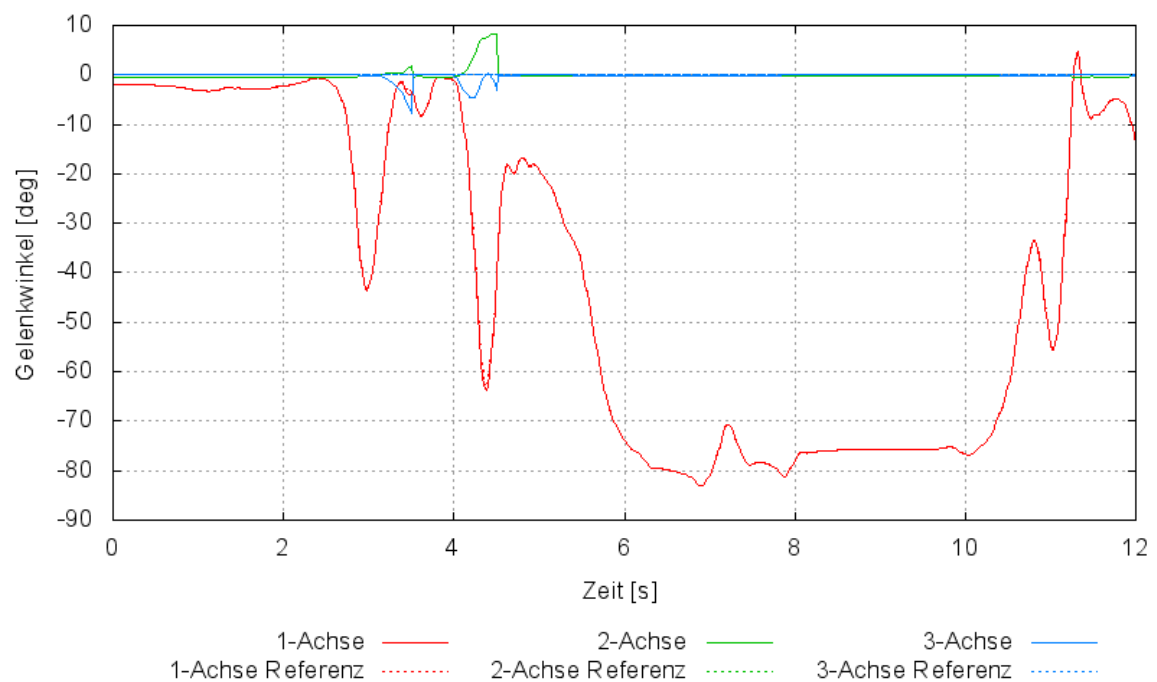
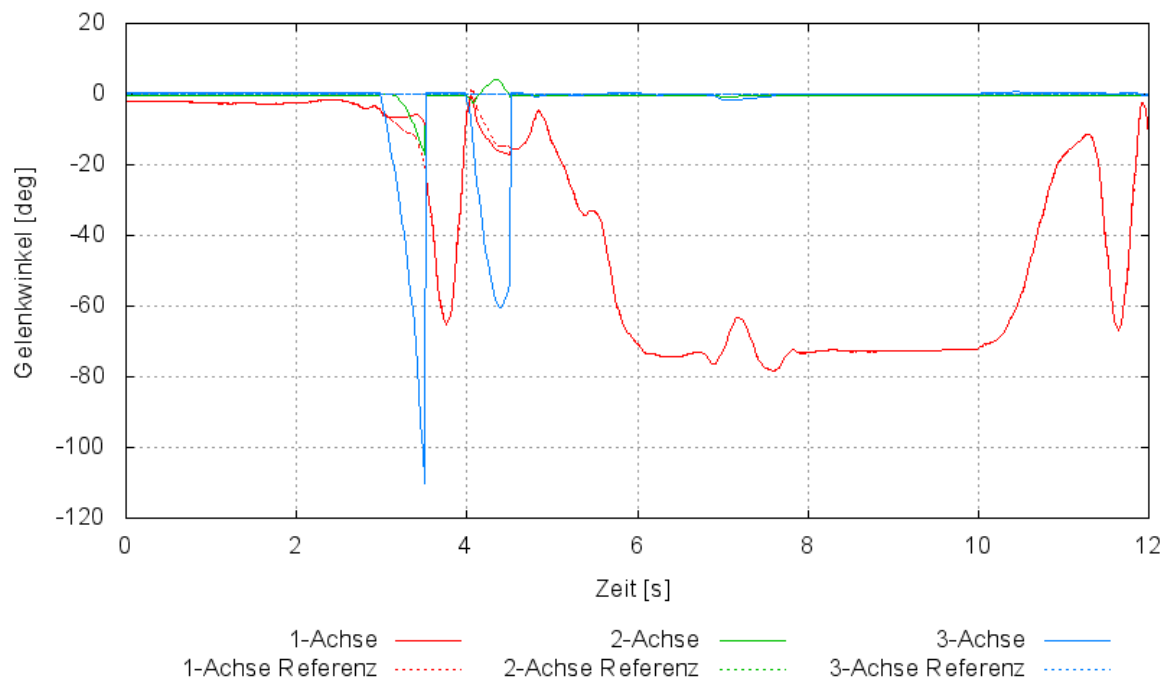


Abbildung 9-5: Vergleich der Gelenkwinkel des linken Hüftgelenks beim Ausfall beider Sensoren auf dem linken Oberschenkel zwischen den Zeitpunkten 3.0 s und 3.5 s.



## Kompensation fehlender Sensoren

Wenn auf einem Segment-Körper keine oder zu wenig Sensoren platziert werden, so kann dies durch Beschränkung der Drehung in einem Gelenk des Körpers kompensiert werden. Als Beispiel dafür dient der linke Unterschenkel. Auf diesem werden beide Sensoren entfernt.

Die besten Ergebnisse werden erzielt, wenn Drehungen um die 2- und 3-Achse im Kniegelenk durch Aktivieren der entsprechenden Gelenk-Beschränkungen gesperrt werden und die Frequenz auf 100 Hz erhöht wird. Die Abweichungen in den Sensor-Positionen und den Gelenk-Winkeln sind nur unwesentlich größer als im Fall konsistenter Messwerte, wie in Tabelle 9-1 und Abbildung 9-9 zu sehen ist. Die Gelenk-Beschränkungen beeinflussen das Ergebnis nur geringfügig. Ursache dafür ist, dass in der Referenzbewegung keine Drehungen für 2- und 3-Achse vorgegeben sind. Der Zeitfaktor bei der Ausführung der inversen Kinematik beträgt 0.35.

Eine alternativ mögliche Sperrung der Rotationen im Sprunggelenk führt zu wesentlich stärkeren Abweichungen im Sprunggelenk (Abbildung 9-8). Dabei kann die Abtastfrequenz auf 50 Hz reduziert werden. Ähnliches gilt, wenn bei fehlenden Sensoren auf dem Oberschenkel die Drehung im Hüftgelenk beschränkt wird. Auch in diesem Fall ist eine Beschränkung im Kniegelenk günstiger.

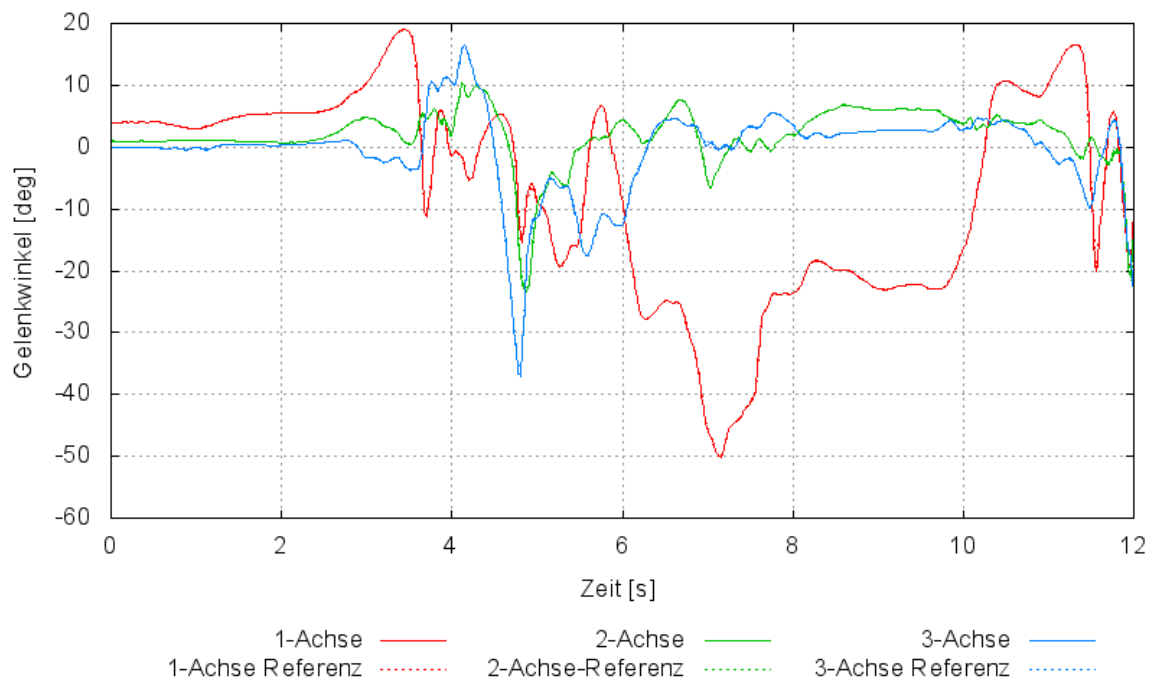


Abbildung 9-8: Verlauf der Gelenkwinkel im linken Sprunggelenk bei fehlendem Sensor LFoot1 und Sperrung der rotation im Sprunggelenk.

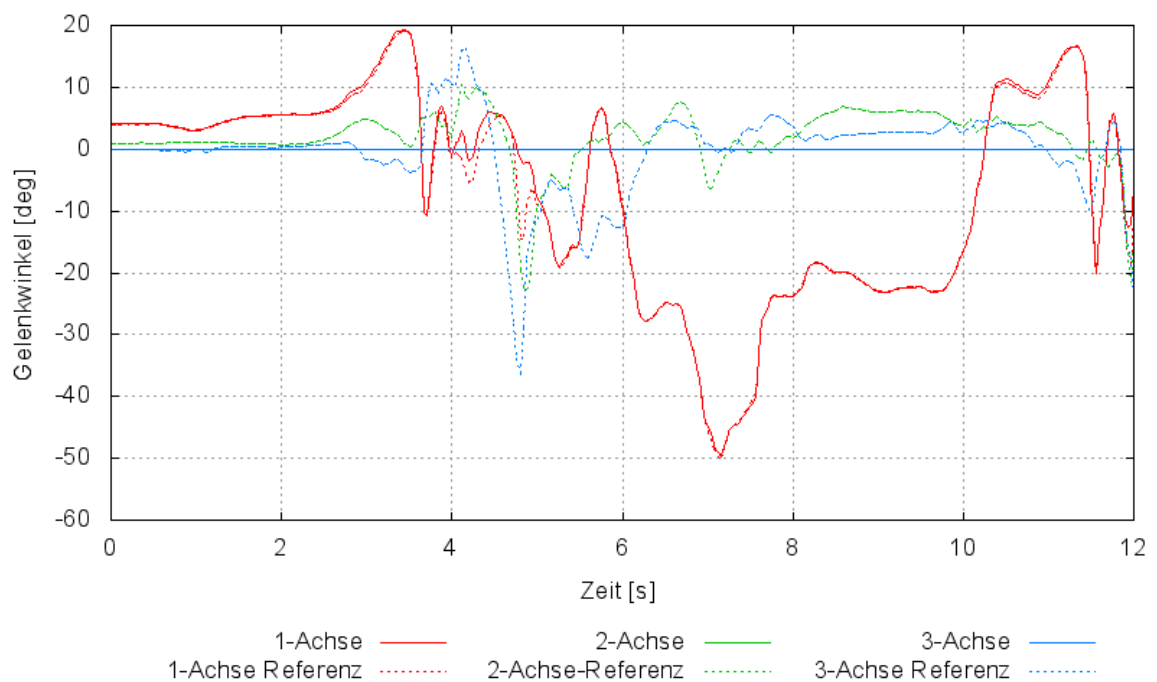


Abbildung 9-9: Verlauf der Gelenkwinkel im linken Sprunggelenk bei fehlendem Sensor LFoot1 und Sperrung der Rotation im linken Kniegelenk.

## Fehlerhafte Sensorkonfiguration

Wird ein Sensor auf dem Segmentkörper verschoben, so sind Messdaten und Sensor-konfiguration nicht mehr konsistent. Der Body-Sensor kann dadurch die vom Motion-Sensor vorgegebene Position nicht mehr erreichen. Diese Situation tritt im Menschmo-dell typischerweise auf, da die Kalibrierung prinzipiell fehlerbehaftete Sensor-Positionen liefert.

Um diesen Fall abzubilden, wird der Sensor LFoot2 um 3 cm verschoben. Damit die inverse Kinematik bis zum Ende durchläuft, muss die Frequenz auf 100 Hz verdoppelt werden, da bei 50 Hz das Verfahren nach einigen Schritten abbricht. Ursache dafür ist, dass in einem Zeitschritt eine Haltung berechnet wird, in der im linken Sprunggelenk eine sehr starke Verdrehung ("Umklappen des Fußes") auftritt. Dabei liegt offenbar eine der in Abschnitt 7.8 beschriebenen Mehrdeutigkeiten vor. In einem der folgenden Zeit-schritte konvergiert dann das Newton-Verfahren nicht. Der Zeitfaktor beträgt bei einer Frequenz von 100 Hz ca. 0.5.

Der Vergleich der Gelenkwinkel im linken Sprunggelenk (siehe Abbildung 9-10) zeigt deutliche Abweichungen von den Vorgabewerten. Zudem tritt eine Längsrotation im Kniegelenk auf, wie in Abbildung 9-11 zu sehen ist. Diese lässt sich durch Aktivierung der Gelenk-Beschränkungen mit einer Steifigkeit von  $10^3$  für die entsprechende Achse im Kniegelenk unterbinden. Die restlichen Ergebniswerte und Gelenkwinkel bleiben da-von im Wesentlichen unverändert. Die Gelenk-Beschränkung ermöglicht es außerdem, die Abtastfrequenz wieder auf 50 Hz zu reduzieren.



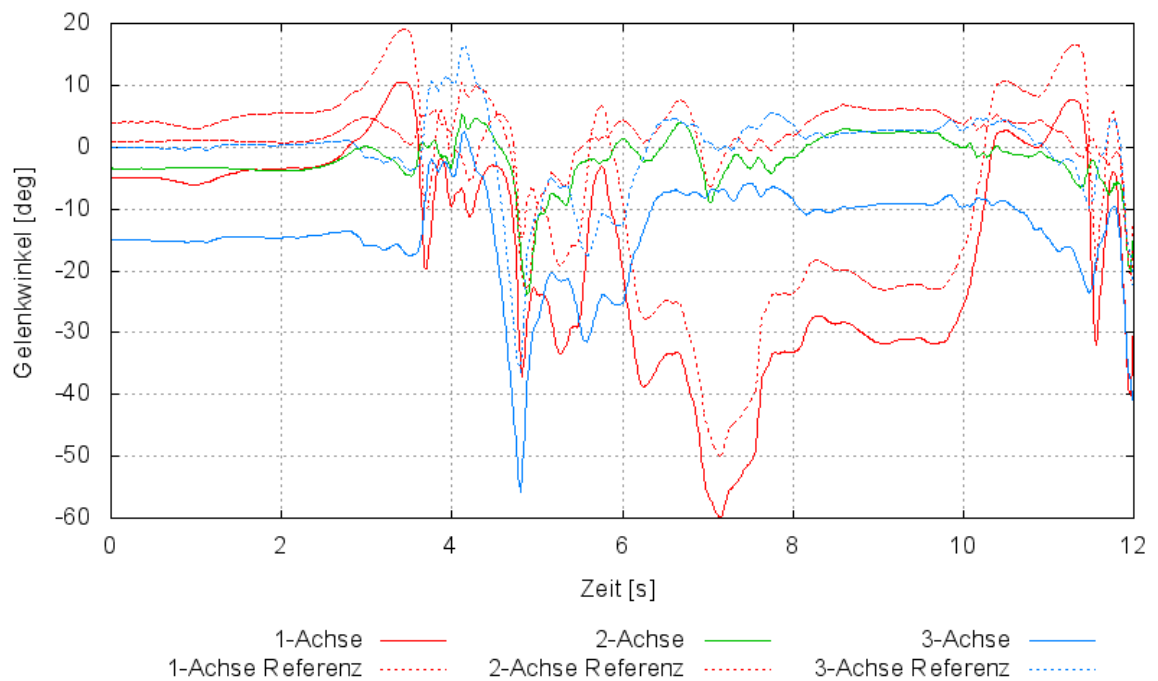


Abbildung 9-10: Gelenkwinkelverlauf Sprunggelenk links bei fehlerbehafteter Position des Sensors LFoot2

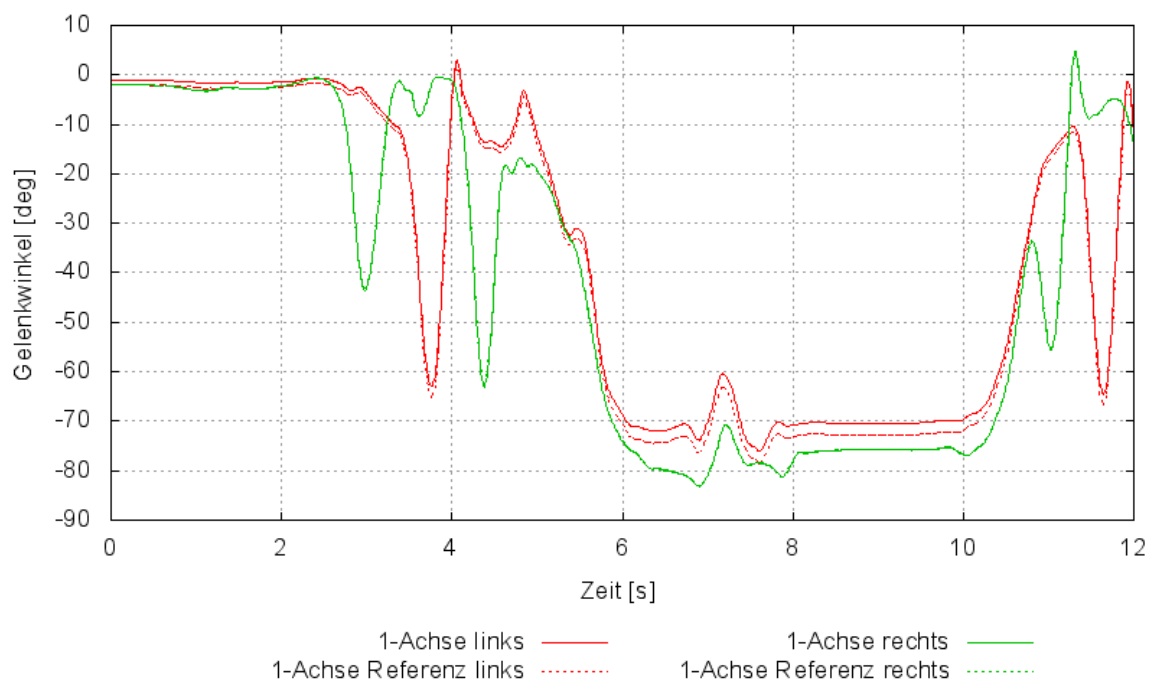


Abbildung 9-11: Vergleich Gelenkwinkel Kniegelenk links bei fehlerbehafteter Position des Sensors LFoot2

Sensor	(I)	(II)	(III)	(IV)
	m	m	m	m
Pelvis1	<1e-06	0.00017	0.00018	0.00035
Pelvis2	<1e-06	0.00027	0.00040	0.00057
Pelvis3	<1e-06	0.00017	0.00013	0.00027
LThigh1	<1e-06	0.00143	0.00084	0.00100
LThigh2	<1e-06	0.00179	0.00144	0.00153
RThigh1	<1e-06	0.00010	0.00011	0.00021
RThigh2	<1e-06	0.00010	0.00010	0.00023
LLowerLeg1	<1e-06	0.00063	0.00219	0.00334
LLowerLeg2	<1e-06	0.00042	0.00299	0.00347
RLowerLeg1	<1e-06	0.00048	0.00005	0.00012
RLowerLeg2	<1e-06	0.00048	0.00005	0.00012
LFoot1	<1e-06	0.00014	0.00508	0.01000
LFoot2	<1e-06	0.00010	–	0.01233
RFoot1	<1e-06	0.00001	0.00001	0.00004
RFoot2	<1e-06	0.00001	0.00001	0.00003

Tabelle 9-1: Mittlerer Positionsfehler der Tracking-Komponenten für die verschiedenen Fälle (I: konsistente Messdaten, II: temporärer Ausfall der Sensoren LThigh1 und LThigh2, III: ohne Sensor LFoot2, IV: fehlerhafte Sensorkonfiguration (LFoot2)).

## Bemerkungen zur Anfangshaltung

Da sich drei Sensoren auf dem Beckenkörper befinden, kann dessen Lage und Orientierung zum Anfangszeitpunkt nach dem im Anhang in Abschnitt 11.3 beschriebenen Algorithmus berechnet werden. Dabei wird aus den Koordinaten der Beckensensoren nach der Initialisierung und den Messwerten dieser Sensoren zum Zeitpunkt  $t_0$  die relative Drehung und Verschiebung des Beckens ermittelt. Diese wird dann auf das Modell angewendet. Damit ergibt sich eine Haltung des Modells, die sich nur wenig von der Haltung des Probanden zum Anfangszeitpunkt unterscheidet, da sich diese in einer leicht veränderten Grundhaltung befindet.

Diese Haltung kann daher als Ausgangshaltung für die inverse Kinematik verwendet werden. Wird die inverse Kinematik mit der so bestimmten Anfangshaltung ausgeführt, ergibt sich kein wesentlicher Unterschied im Laufzeitverhalten und Ergebnis im Vergleich zur Vorgabe der exakten Anfangshaltung. Dieses Vorgehen ist allerdings nur für den Spezialfall anwendbar, dass die Bewegung nahezu in einer Grundhaltung beginnt, und ist nicht auf alle Bewegungen und Sensorkonfigurationen übertragbar.

## 9.4 Variante 2: kombinierte Sensoren

In der zweiten Sensor-Anordnung werden sieben kombinierte Sensoren verwendet, wobei auf jedem Segment-Körper genau ein Sensor positioniert wird. Das entspricht in etwa der Situation im Motion-Capture-System ART( [1]). Abbildung 9-12 zeigt diese Anordnung.

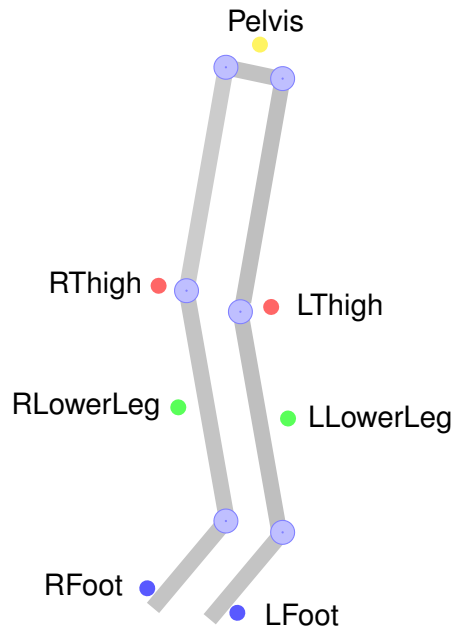


Abbildung 9-12: Modell mit der Sensor-Anordnung für Variante 2

Die Positionen von sechs der sieben Sensoren werden für die eindeutige Festlegung des Zustandes jedes Körpers nicht benötigt. Das gesamte System ist damit überbestimmt. Position und Orientierung werden mit derselben Steifigkeit gewichtet.

## Konsistente Messwerte

Bei der Verwendung konsistenter Werte wird mit einem Zeitfaktor von ca. 0.15 etwas weniger Rechenzeit als im ersten Beispiel benötigt. Die berechneten Sensorpositionen weichen allerdings stärker von den Messwerten ab als in Variante 1. Die Mittelwerte der Abweichungen sind in Tabelle 9-2 dargestellt. Abbildung 9-14 zeigt den zeitlichen Verlauf der Koordinaten für den Sensor auf dem linken Oberschenkel. Die Abweichung der Orientierung des Sensors ist dagegen gering, wie anhand von Abbildung 9-15 ablesbar ist. Abbildung 9-13 zeigt auch eine gute Übereinstimmung der Gelenkwinkel im linken Hüftgelenk.

Ursache dafür ist, dass die Positionen der Sensoren redundante Informationen liefern und die Sensororientierung einen stärkeren Einfluss als die Sensorposition ausübt. Abhilfe könnten hier unterschiedliche Steifigkeiten für die Position und die Orientierung in den Tracking-Komponenten schaffen.

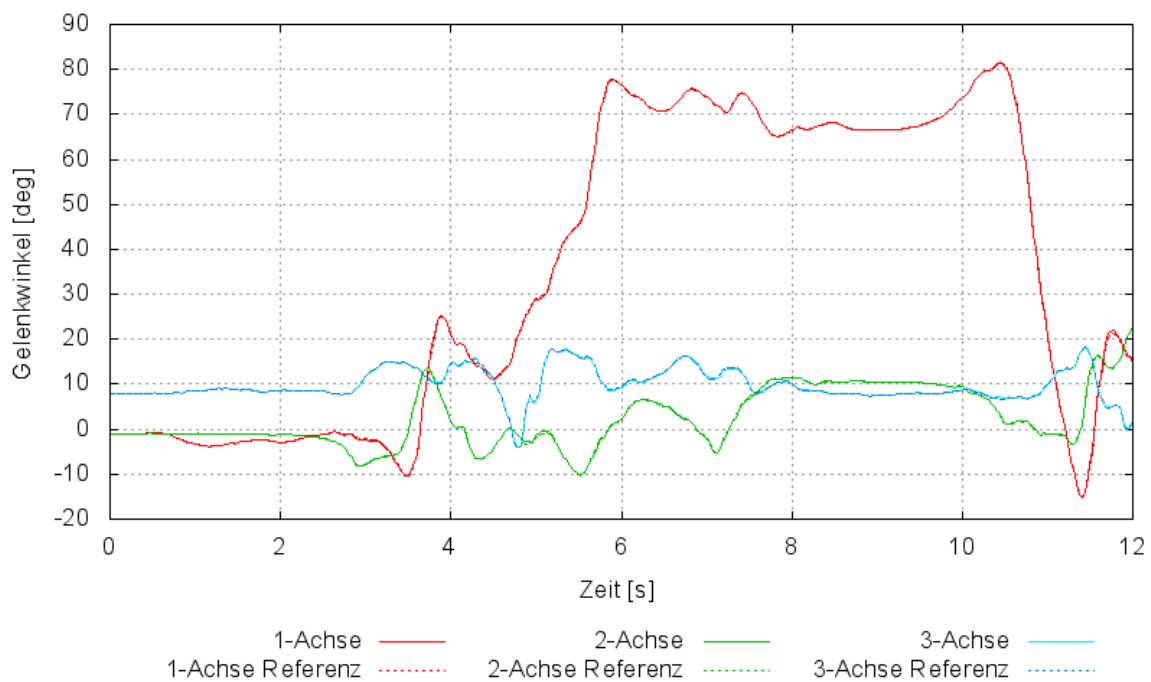


Abbildung 9-13: Vergleich der Gelenkwinkel im linken Hüftgelenk bei konsistenten Messdaten.

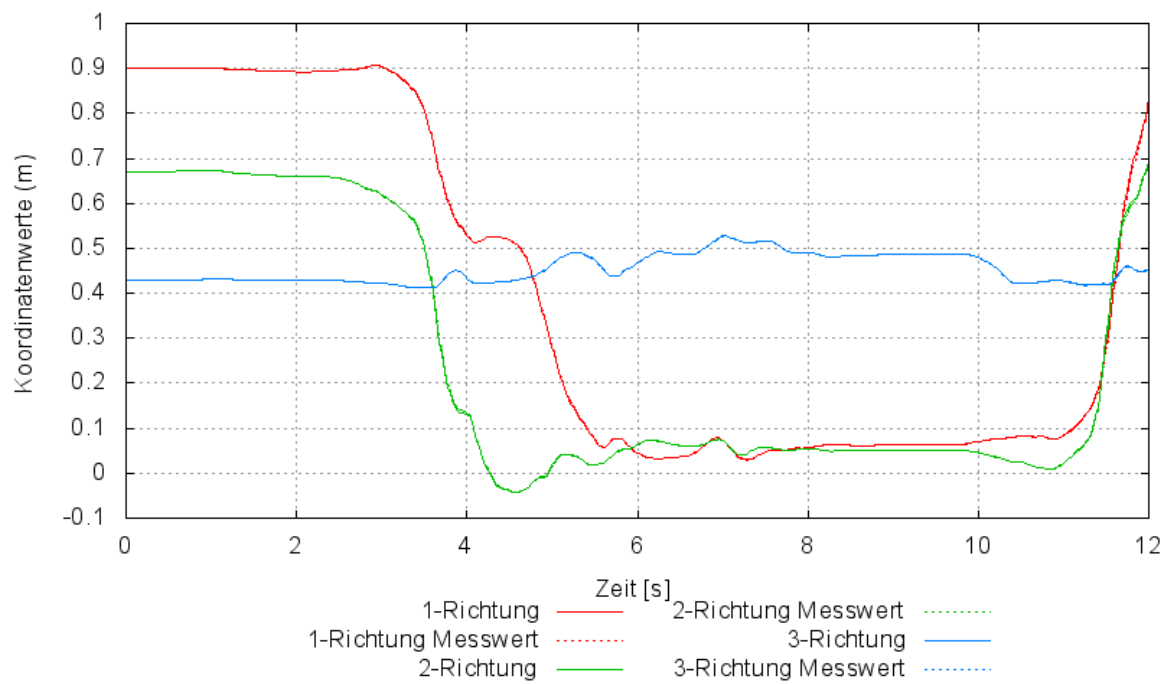


Abbildung 9-14: Werte der Koordinaten des Sensors auf dem linken Oberschenkel bei konsistenten Messdaten.

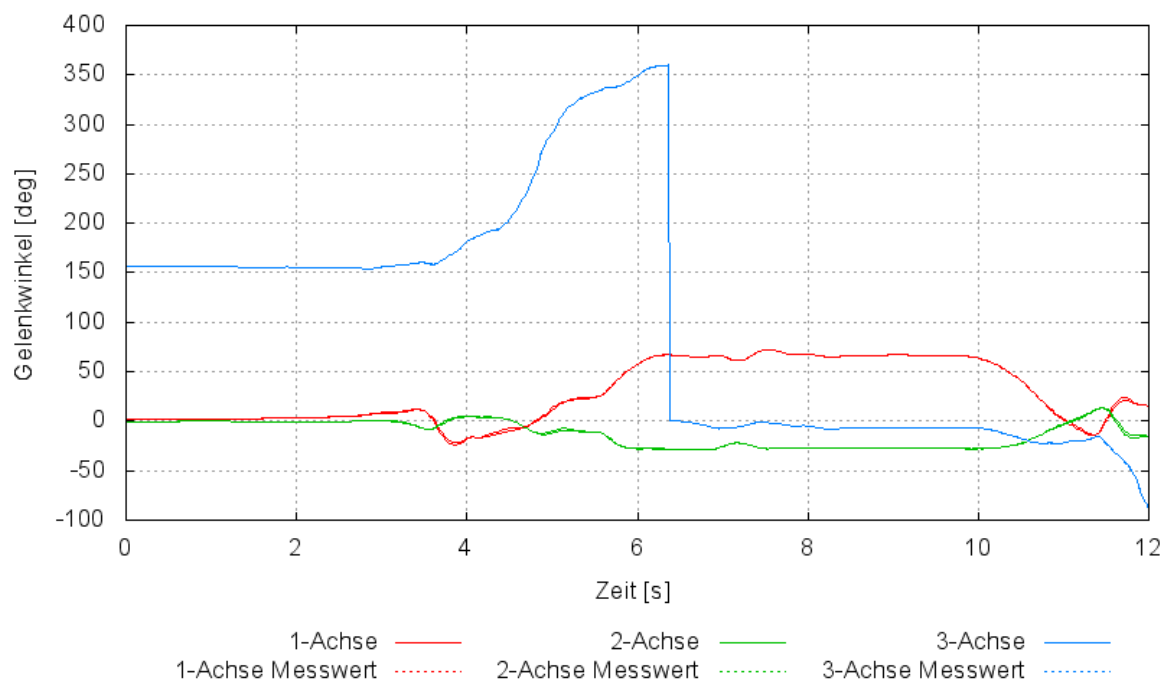


Abbildung 9-15: Orientierung des Sensors auf dem linken Oberschenkel bei konsistenten Messdaten.

## Kompensation fehlender Sensoren

Wird einer der Sensoren aus der Sensoranordnung entfernt, so hat das in Abhängigkeit vom zugehörigen Segmentkörper unterschiedliche Auswirkungen auf die Bestimmung des Zustands. Entsprechend sind auch unterschiedliche Aktionen zur Kompensation des fehlenden Sensors nötig. Der Zustand eines Fußes ist unbestimmt, wenn der Sensor auf diesem entfernt wird. Die Drehung im Sprunggelenk muss deshalb durch Aktivieren von drei Gelenk-Beschränkungen unterbunden werden. Die berechneten Gelenkwinkel im Sprunggelenk sind dann erwartungsgemäß null. Geringe Abweichungen gibt es im Kniegelenk (Abbildung 9-16).

Fehlt dagegen nur der Sensor LLowerLeg auf dem Unterschenkel, so sind die Zustände von Fuss und Oberschenkel dennoch bestimmt. Folglich ist für den Unterschenkel nur die Längsrotation unbestimmt. Diese kann durch eine Aktivierung der entsprechenden Gelenk-Beschränkung im Kniegelenk kompensiert werden. Damit ergeben sich jedoch Abweichungen der Gelenkwinkel in Sprunggelenk von der Referenz (siehe Abbildung 9-17). Abweichungen gibt es aber im Kniegelenk (Abbildung 9-18), insbesondere betrifft das die 2-Achse. Die Aktivierung der Gelenk-Beschränkung in dieser Richtung führt zu einer Verbesserung der Kniegelenkwinkel, wobei allerdings die Abweichung im Sprunggelenk verstärkt wird. Ähnliches gilt bei einem fehlenden Sensor auf dem Oberschenkel. Der Zeitfaktor bleibt in beiden Fällen unverändert gegenüber dem Fall der konsistenten Messwerte.

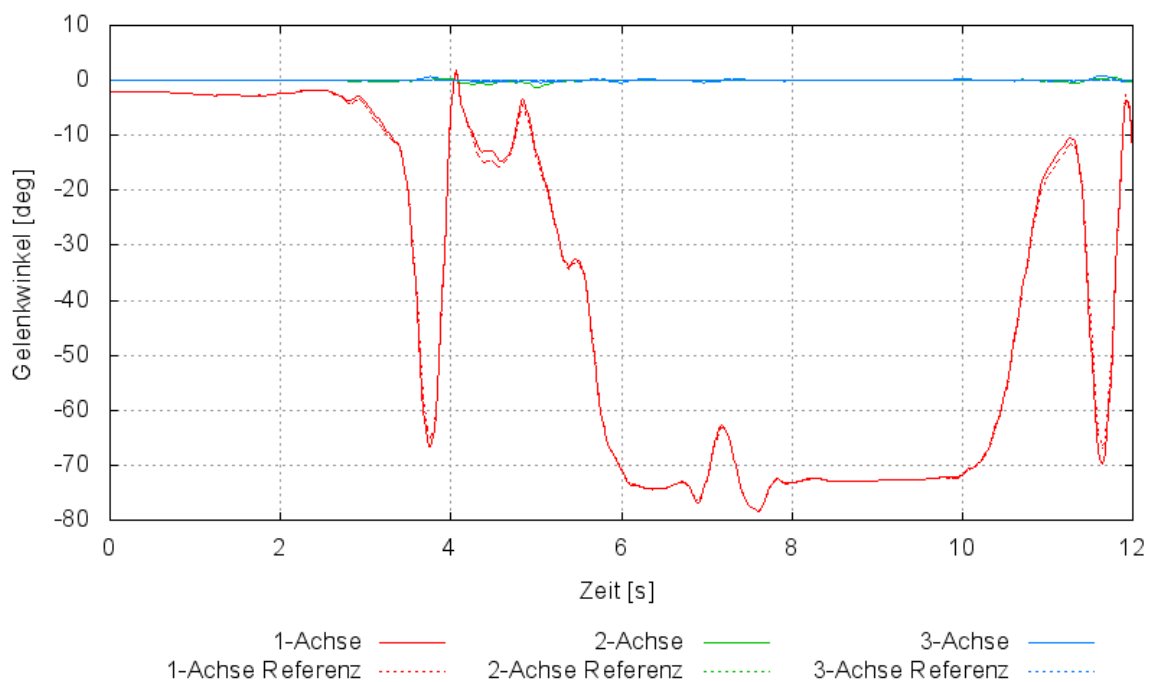
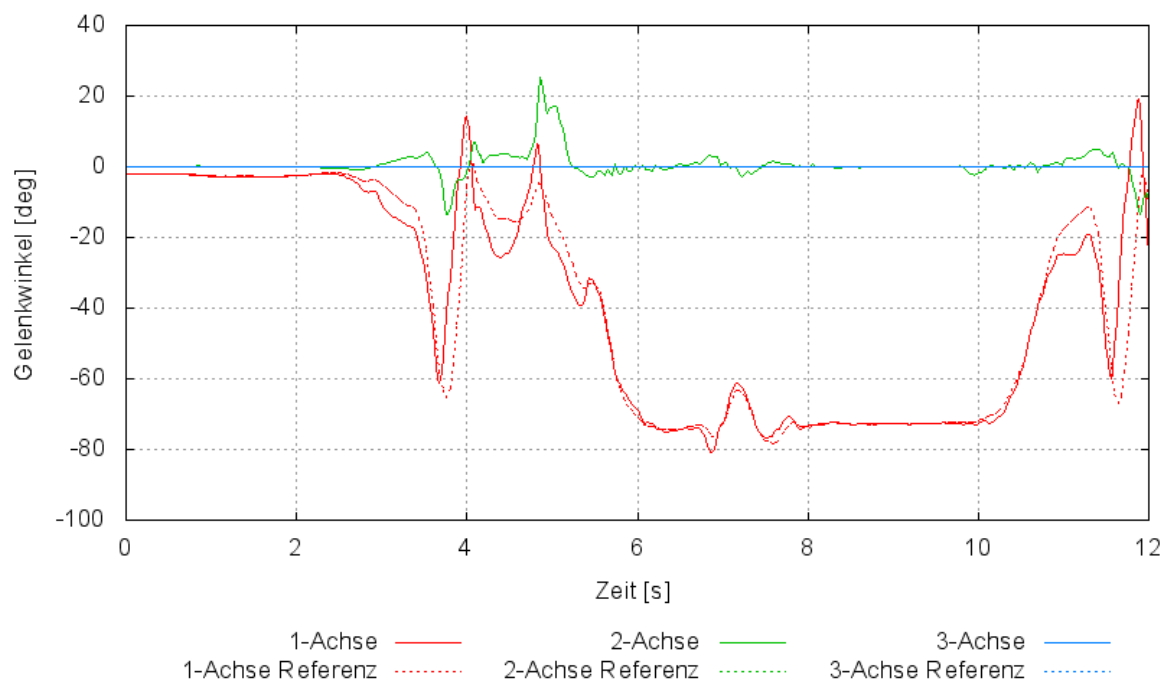
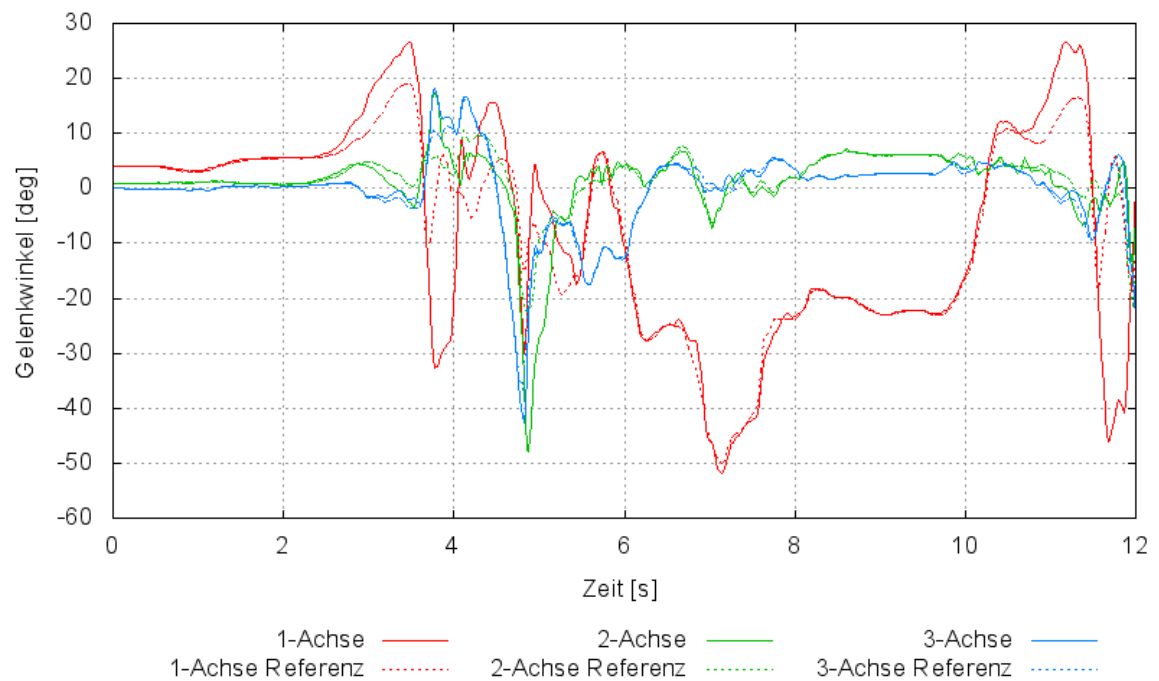


Abbildung 9-16: Gelenkwinkelverlauf im linken Kniegelenk bei Sperrung der Rotation im linken Sprunggelenk und fehlendem Sensor LFoot.



## Fehlerhafte Sensorkonfiguration

In dieser Variante muss zwischen fehlerhafter Position und fehlerhafter Orientierung eines Sensors unterschieden werden. Dabei ist festzustellen, dass eine fehlerhafte Sensorposition nur geringe Auswirkungen auf das Ergebnis hat. Die Auswirkungen der Verschiebung des Sensors RFoot auf dem rechten Fuß um 3 cm auf die Winkel im rechten Sprunggelenk können in Abbildung 9-19 abgelesen werden.

Eine Änderung der Orientierung dieses Sensors um  $10^\circ$  in der 1-Achse des Gelenk-Koordinatensystems führt dagegen zu einer größeren Abweichung der Gelenkwinkel gegenüber der Referenzbewegung, wie anhand von Abbildung 9-20 deutlich wird. Am Laufzeitverhalten der inversen Kinematik ändert sich in beiden Fällen nichts.



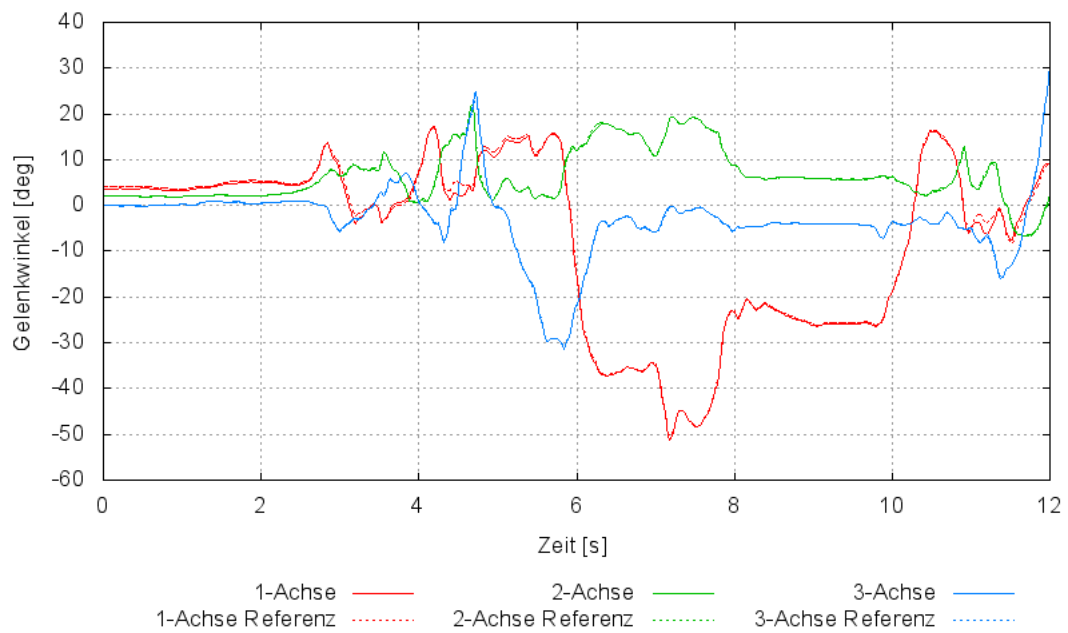


Abbildung 9-19: Vergleich der berechneten und vorgegebenen Gelenkwinkel des rechten Sprunggelenks bei einer Verschiebung des Sensors RFoot um 3 cm.

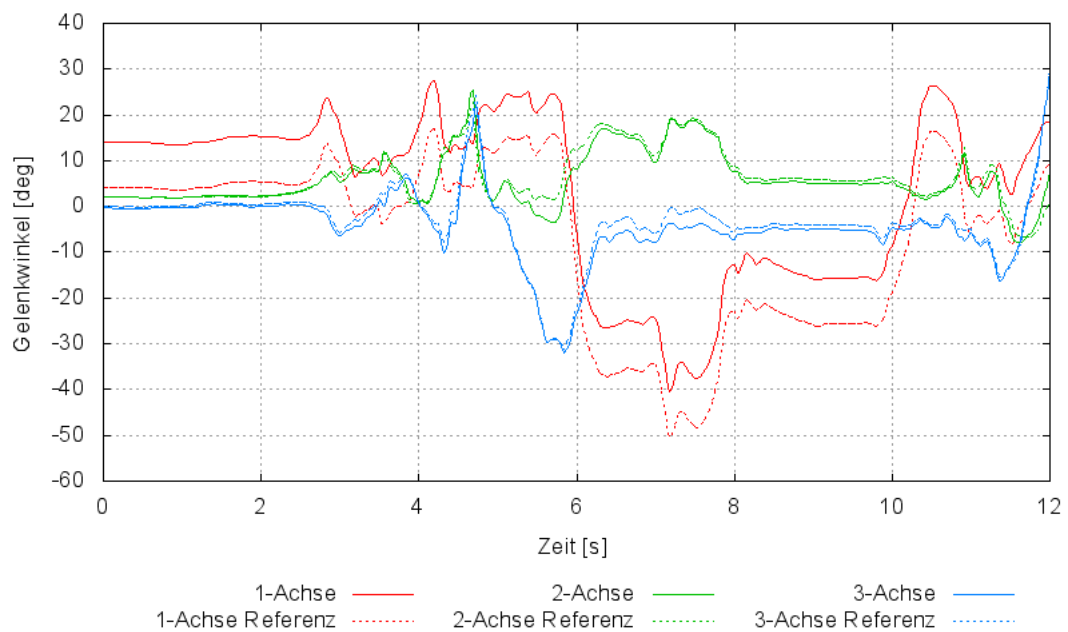


Abbildung 9-20: Vergleich der berechneten und vorgegebenen Gelenkwinkel des rechten Sprunggelenks bei einer Verdrehung des Sensors RFoot um ca.  $10^\circ$  in der 1-Achse.

Sensor	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
	m	m	m	m	m	m
Pelvis	0.0204	0.0205	0.0207	0.0202	0.0221	0.0215
LThigh	0.0208	0.0208	0.0211	0.0204	0.0221	0.0216
RThigh	0.0199	0.0199	0.0201	0.0199	0.0223	0.0213
LLowerLeg	0.0208	0.0207	0.0211	-	0.0220	0.0215
RLowerLeg	0.0198	0.0198	0.0200	0.0198	0.0225	0.0214
LFoot	0.0208	0.0207	-	0.0243	0.0219	0.0215
RFoot	0.0197	0.0197	0.0199	0.0197	0.0313	0.0329

Tabelle 9-2: Mittlere Abweichung der Positionen der Tracking-Komponenten für die verschiedenen Fälle der Variante 2 (I: konsistente Messdaten, II: ohne Sensor LFoot1, III und IV: ohne LLowerLeg1, V: Fehler Position RFoot, VI: Fehler Rotation RFoot).

## Verwendung von Orientierungssensoren

Die Abweichungen in den Positionen der Sensoren legen einen Verzicht auf die Positionswerte nahe. Statt kombinierten Sensoren können dann Orientierungssensoren verwendet werden. Lediglich auf einem Segmentkörper muss ein kombinierter Sensor verbleiben. Bei konsistenten Messdaten arbeitet das Verfahren ohne Probleme. Die Ergebnisse der Gelenkwinkel sind geringfügig besser als im Fall von kombinierten Sensoren.

Auf welchem Körper der kombinierte Sensor angebracht wird, spielt mit Ausnahme der Füße nur eine untergeordnete Rolle. Die Ergebnisse sind jedoch bei Verwendung des Beckenkörpers am besten.

## 9.5 Kalibrierung

### virtuelle Messdaten

Das Programm wurde mit den virtuellen Messdaten aus Beispiel 2 für die Bewegung Hinsetzen ausgeführt. Die berechneten Gelenk-Zentren konnten also mit bekannten Werten verglichen werden. In Hüft- und Fußgelenken weichen die berechneten Werte von den vorgegebenen im Bereich von  $10^{-4}$  ab. Da bei der vorgegebenen Bewegungssteuerung die Rotation in den Kniegelenken nur um die 1-Achse erfolgte, konnten diese Gelenkzentren nicht exakt ermittelt werden. Die Vorgabebewegung wurde deshalb modifiziert, indem eine Rotation von ca.  $10^\circ$  um die 2-Achse für wenige Zeitschritte hinzugefügt wurde. Mit den damit erzeugten Messdaten können auch die Zentren der Kniegelenke ermittelt werden.

## reale Messdaten

Die Verwendung realer Messdaten vermittelt einen besseren Eindruck von der Leistungsfähigkeit des Kalibrieralgorithmus, auch wenn keine spezielle Kalibrierbewegung untersucht wird. Ein Vergleich der Berechnungsergebnisse mit exakten Werten ist allerdings nicht möglich, da diese nicht bekannt sind bzw. in der Form nicht existieren. Es kann jedoch ein Vergleich mit den manuell ermittelten Daten erfolgen (siehe Abschnitt 2.4). Daher werden die originalen Messdaten verwendet, die der Bewegung "Hinsetzen" zugrundeliegen. Als Referenzwerte können daher dieselben Werte wie im vorigen Beispiel dienen.

Die Aufzeichnung der Bewegungssequenz erfolgte mit einer Abtastfrequenz von 60 Hz für eine Dauer von 40 Sekunden. Es liegen damit 2400 Messwertsätze vor. Aus der gesamten Sequenz werden verschiedene Teilsequenzen entnommen, für die dann die Gelenkzentren separat berechnet werden. Diese Teilsequenzen müssen eine gewisse Mindestanzahl an Datensätzen aufweisen, damit in ihnen hinreichend große Bewegung stattfindet.

Am einfachsten verglichen werden können die Abstände der Gelenkzentren, d. h. die Längen von Ober- und Unterschenkel. Diese sind für den Aufbau des Modells von zentraler Bedeutung. Tabelle 9-3 zeigt die ermittelten Längen für verschiedene Teilsequenzen. Diese Werte weisen eine Differenz von maximal 2 cm sowohl zwischen verschiedenen Teilsequenzen, als auch im Vergleich zur Referenz auf. Der relative Fehler liegt damit bei 5 bis 6 Prozent.

Zeitintervall s	Oberschenkel		Unterschenkel		Abstand Hüftgelenke m
	links m	rechts m	links m	rechts m	
0-10	0.4254	0.4033	0.3302	0.3300	0.1844
10-20	0.4138	0.3980	0.3297	0.3383	0.1843
20-30	0.4128	0.3957	0.3301	0.3441	0.2019
30-40	0.4237	0.4028	0.3216	0.3278	0.1547
0-40	0.4192	0.4001	0.3259	0.3332	0.1772
Referenz	0.4097	0.4097	0.3430	0.3430	0.1393

Tabelle 9-3: Längen der Segmentkörper.

Werden dagegen die Positionen der Gelenkzentren verglichen, so ergeben sich etwas höhere Abweichungen. In Tabelle 9-4 sind die Abstände der Gelenkzentren für die einzelnen Teilsequenzen und der entsprechenden Gelenkzentren der Referenzvorgabe zusammengefasst. Die Abweichungen betragen hierbei weniger als 5 cm. Für das linke Hüftgelenk sind die Differenzen der Koordinaten in Tabelle 9-5 aufgelistet. Die Aussagekraft dieser Werte ist jedoch begrenzt, da die Gelenkzentren der Referenzvorgabe keine exakten Werte widerspiegeln.

Zeit s	Hüftgelenk		Kniegelenk		Sprunggelenk	
	links m	rechts m	links m	rechts m	links m	rechts m
0 – 10	0.0258	0.0450	0.0406	0.0076	0.0335	0.0250
10 – 20	0.0272	0.0397	0.0369	0.0043	0.0249	0.0286
20 – 30	0.0495	0.0273	0.0340	0.0053	0.0198	0.0316
30 – 40	0.0259	0.0247	0.0278	0.0096	0.0337	0.0371
0 – 40	0.0289	0.0291	0.0330	0.0043	0.0268	0.0278

Tabelle 9-4: Abstände zwischen den berechneten Gelenkpunkten und der Referenzvorgabe.

Zeit s	1-Achse m	2-Achse m	3-Achse m
0 – 10	-0.0124	-0.0226	0.0004
10 – 20	-0.0066	-0.0249	-0.0085
20 – 30	0.0242	-0.0427	-0.0059
30 – 40	0.0026	-0.0255	-0.0031
0 – 40	0.0013	-0.0284	-0.0048

Tabelle 9-5: Differenz der Koordinaten des berechneten Gelenkpunktes und der Referenz für das linke Hüftgelenk.

Der Wert von  $\delta_{max}$  entsprechend Gleichung (6.12) liegt bei allen untersuchten Zeitintervallen auf gleichem Niveau und unterscheidet sich nur hinsichtlich der Gelenke. Berechnet für den gesamten Zeitraum beträgt er für die Hüftgelenke ca. 4 cm, für die Kniegelenke ca. 3 cm und für die Sprunggelenke ca. 2 cm.

## 9.6 Kalibrierung und inverse Kinematik mit realen Messwerten

Ein abschließender Versuch zeigt die Funktionsfähigkeit des Gesamtprozesses. Dazu wird zunächst die Kalibrierung ausgeführt und anschließend die inverse Kinematik mit der ermittelten Sensorkonfiguration, den berechneten Segmentlängen und der erzeugten Anfangshaltung gestartet.

Verwendet werden hierbei die realen Messdaten der Bewegung "Hinsetzen" wie im Abschnitt 9.5. Das erlaubt einen Vergleich der Gelenkwinkel als Endergebnis mit den von alaska/Dynamicus berechneten Gelenkwinkeln. Für die Kalibrierung werden die Messwerte aus dem gesamten Zeitraum der Bewegung verwendet. Die Abtastfrequenz der Messung beträgt 60 Hz.

In Abbildung 9-21 auf Seite 74 sind die berechneten Gelenkwinkel im Vergleich zu sehen. Dabei zeigt sich eine relativ gute Übereinstimmung in der 2-Achse, während die Winkel in den beiden anderen Achsen stärker abweichen. Beide zeigen jedoch einen

qualitativ ähnlichen Verlauf. Ursache der Abweichung ist eine veränderte Definition der Segmentkoordinatensysteme da sich der Proband zum Zeitpunkt  $t_0$  nicht in der vorausgesetzten Grundhaltung befand.

Ähnliches zeigt sich im Kniegelenk in Abbildung 9-22 auf der nächsten Seite. Hier tritt eine Rotation um 2- und 3-Achse auf. Dies deutet auf eine ungünstige Festlegung der Orientierung der Koordinatensysteme in den Kniegelenken hin. Möglicherweise sollte bei dieser Festlegung die Rotationsachse, die bei der Berechnung der Gelenkzentren ermittelt werden kann, mit einbezogen werden.

## 9.7 Ergebniszusammenfassung

Das entwickelte Verfahren der inversen Kinematik liefert für die untersuchten Beispiele brauchbare Resultate. Voraussetzung ist dabei eine vorsichtige Wahl der Parameter. Das Verhältnis zwischen Gelenk-Steifigkeit und Steifigkeit der Tracking-Komponenten sollte zwischen  $10^1$  und  $10^3$  liegen. Ein größerer Faktor verlängert die Rechenzeit und führt evtl. sogar zum Abbruch des Verfahrens.

Die maximale Anzahl der Newton-Schritte beträgt in jeder beschriebenen funktionierenden Variante weniger als 10. In den Fällen, in denen eine Erhöhung der Abtastfrequenz nötig ist, werden teilweise mehrere zehntausend Newton-Schritte benötigt.

Ein (kurzzeitiger) Ausfall einiger Sensoren kann gut kompensiert werden. Dabei ist insbesondere die Beschränkung der Drehungen im Knie hilfreich. Ebenfalls gut kompensiert werden inkonsistente Werte, die durch Fehler in der Sensorkonfiguration und die Interpolation der Messwerte entstehen können.

Der Fall der Nichtkonvergenz des Newton-Verfahrens tritt nur in wenigen Fällen auf und betrifft nur einzelne Zeitschritte. Häufig geht dabei ein "Umklappen" eines Fußes voraus.

Bei der Kalibrierung des Modells zeigt sich anhand der synthetischen Messdaten, dass der Algorithmus in günstigen Fällen sehr gute Ergebnisse liefert. Aber auch bei realen Messdaten werden gute Resultate erzielt. Durch die Ausführung speziell angepasst Kalibrierbewegung ist eine weitere Verbesserung zu erwarten.

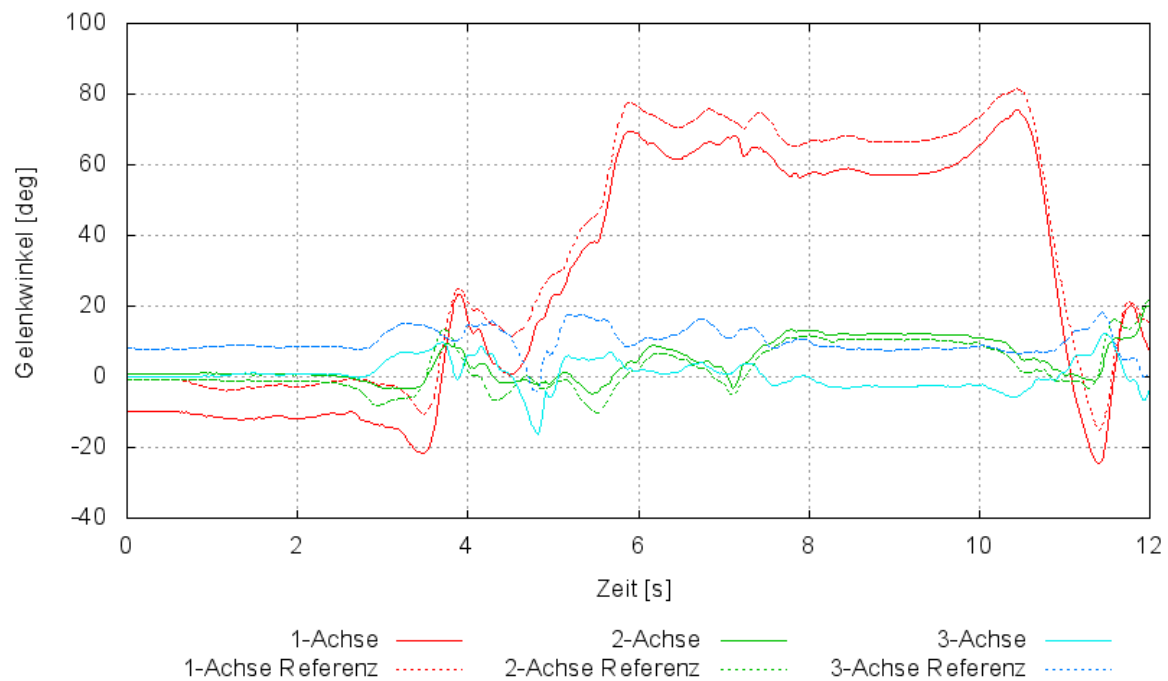


Abbildung 9-21: Vergleich der aus realen Messdaten berechneten Gelenkwinkel mit den durch alaska/Dynamicus bestimmten Gelenkwinkel im linken Hüftgelenk.

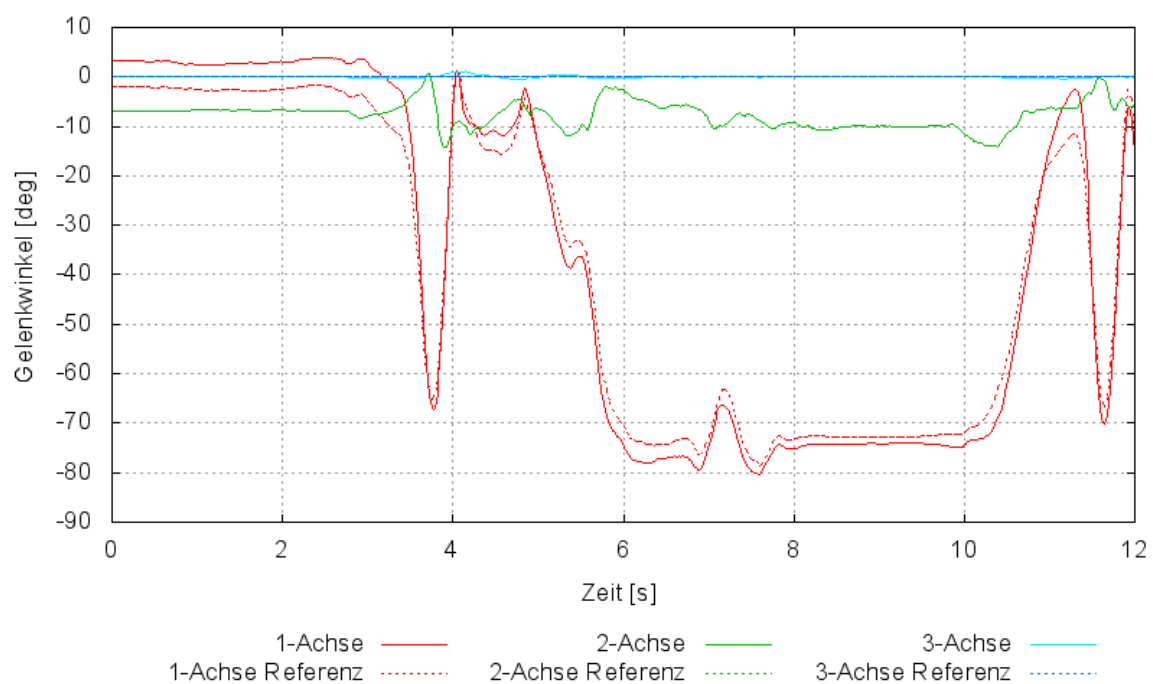


Abbildung 9-22: Vergleich der aus realen Messdaten berechneten Gelenkwinkel mit den durch alaska/Dynamicus bestimmten Gelenkwinkel im linken Kniegelenk.

## 10 Zusammenfassung und Ausblick

Die Ausführungen des letzten Kapitels zeigen, dass die Durchführung der inversen Kinematik mit dem gewählten Ansatz auf Basis der Bibliothek *alaska/Simulation* möglich ist und gute Resultate in annehmbarer Rechenzeit liefert.

Im Modell ist es möglich, unterschiedliche Typen von Sensoren einzubinden, die zudem redundante Messwerte liefern können. Das ermöglicht eine Zusammenarbeit mit einem hybriden Motion-Capture-System. Die inverse Kinematik kann weiterhin in einem Online-System angewendet werden.

Die automatische Kalibrierung des Modells auf Basis von Kalibrierübungen reduziert nicht nur den manuellen Bearbeitungsaufwand, sondern stellt (fast) alle benötigten Informationen schon zu Beginn der Bewegungsmessung zur Verfügung. Erst dadurch wird eine Online-Ausführung der inversen Kinematik ermöglicht, so dass ein Proband sofort Rückmeldung über den Bewegungsverlauf erhalten kann. Das gesamte Verfahren enthält aber noch einige offene Probleme und Verbesserungsmöglichkeiten, die untersucht werden sollten, bevor eine Anwendung auf ein vollständiges Menschmodell stattfindet.

### 10.1 Offene Probleme

Ein wichtiges offenes Problem ist die Ermittlung der Anfangshaltung. Für zwei Spezialfälle (Grundhaltung und kombinierte Sensoren) wurden bereits Möglichkeiten dargestellt. Eine allgemein anwendbare Variante besteht in der sukzessiven Bestimmung des Zustands jedes Segments-Körpers durch Sperrung der noch unbestimmten Gelenke. Diese Variante wurde jedoch noch nicht umgesetzt. Weitere Schwierigkeiten sind durch das verwendete Newton-Verfahren bedingt. Da die Anzahl der notwendigen Newton-Schritte nicht apriori bekannt ist, ist keine Echtzeitfähigkeit für das Verfahren gewährleistet. Zudem ist nicht sichergestellt, dass Prozess vollständig berechnet werden kann, ohne vorzeitig abubrechen.

Umgangen wurden die Schwierigkeiten in den Beispielrechnungen durch spezielle Wahl der Steifigkeitsparameter und durch die Erhöhung der Abtastfrequenz in einigen Fällen. Beides stellt die Funktionsfähigkeit und die Echtzeitfähigkeit jedoch nicht allgemein sicher und schränkt zudem die praktische Anwendung ein. Eine weitere Verbesserung des Verfahrens erscheint daher notwendig.

Für die verwendeten Kugelgelenke ist es eventuell vorteilhaft, maximale Auslenkungswinkel zu berücksichtigen. Es können aber auch andere Arten von Gelenk in zukünftige

Modelle einbezogen werden. Für diese muss ein entsprechendes Kraftgesetz formuliert und implementiert werden.

Es ergeben sich einige Möglichkeiten der Verbesserung, die mit weniger Aufwand untersucht werden könnten. Für die Gelenke sollten unterschiedliche Steifigkeiten verwendet werden. Gleiches gilt auch für die Tracking-Komponenten. Hintergrund dafür ist, dass am Ende der Kette bei den Füßen eine genaueres Erreichen der Vorgaben notwendig ist. Für kombinierte Tracking-Komponenten könnten auch unterschiedliche Steifigkeiten für Position und Rotationsanteil notwendig sein, damit beide Bedingungen gleichwertig erfüllt werden.

Für die Beschränkung der Gelenke kann es günstig sein, eine Relativdrehung zwischen den Gelenk-Koordinatensystemen vorzugeben. Weiterhin sollte die Aktivierung und Deaktivierung der Gelenk-Beschränkung während der Ausführung der inversen Kinetik möglich sein. Damit könnte dann auf Singularitäten reagiert werden. Eine solche Aktivierung ist derzeit ebenso wenig möglich, wie eine Änderungen der Steifigkeitsparameter bei Messwertausfällen. Derartige Möglichkeiten könnten die Konvergenz des Newton-Verfahrens bei Sensorausfällen verbessern.

Offensichtlich fehlt ein Gütekriterium, dass eine Beurteilung der Lösung eines Schrittes in der inversen Kinematik ermöglicht. Der Positionsfehler der Tracking-Komponenten ist dafür nur bedingt geeignet. Ein Gütekriterium könnte neben einer frühzeitigen Fehlererkennung auch die Festlegung einer Obergrenze für die Anzahl der Newton-Schritte ermöglichen und somit die Echtzeitfähigkeit verbessern.

Außerdem ist zur Verbesserung der Qualität der Kalibrierung die Ausführung spezieller Kalibrierübungen zu empfehlen. Dabei müssen in allen Gelenken hinreichend große Drehungen stattfinden. Günstig könnte dabei sein, die Ausführung der Übungen separat für jedes Gelenk durchzuführen. Das reduziert die benötigte Rechenzeit und verringert im Fehlerfall durch sofortige Rückmeldung die Dauer der Kalibrierung. Änderungen in der Sensorkonfiguration infolge der Bewegung könnten durch Wiederholung der Kalibrierung nach der Bewegung detektiert werden. Alternativ kann dies eventuell auch durch Vergleich der aus den Kalibrierdaten bestimmbaren Haltung mit den Ergebnissen der inversen Kinematik erfolgen.

Die Anordnung der Sensoren auf den Segmentkörpern kann Auswirkungen auf die Güte des Ergebnisses der Kalibrierung haben. Diese Auswirkungen könnten noch untersucht werden. Außerdem kann die Kalibrierung prinzipbedingt nicht durchgeführt werden, wenn weniger als drei Sensoren pro Segment verwendet werden, wie es in einigen Motion-Capture-Systemen der Fall ist. Hierfür müßte ein anderes Vorgehen untersucht werden.



# 11 Anhang

## 11.1 Parametrisierung von Orientierungen

Für die Parametrisierung von Drehungen im  $\mathbb{E}^3$  existieren verschiedenen Möglichkeiten mit spezifischen Vor- und Nachteilen und daher verschiedenen Anwendungsgebieten. Bei Parametrisierungen mit weniger als vier Parametern treten Singularitäten auf.

### Bryant-Winkel

Die Parametrisierung der Orientierung erfolgt anhand von drei Winkel  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Dabei wird zunächst um die 1-Achse mit dem Winkel  $\varphi_1$  gedreht, anschließend um die neue 2-Achse mit  $\varphi_2$  und schließlich um die so entstandene 3-Achse um den Winkel  $\varphi_3$ . Die Reihenfolge der Winkel ist aber nicht generell festgelegt. Eine andere Reihenfolge mit den gleichen Winkeln ergibt aber eine andere Rotation. Singularitäten treten z. B. bei  $\varphi_2 = \pi/2$  auf. In diesem Fall sind 1 und 3-Achse deckungsgleich, womit die Rotation nicht mehr eindeutig ist. Bryant-Winkel erleichtern aber die Ein-/Ausgabe und die Interpretation der Winkel, insbesondere für die Gelenke.

### Drehmatrizen

Eine Drehmatrix ist eine  $3 \times 3$ -Matrix  $\mathbf{R}$ , für die gilt:  $\det(\mathbf{R}) = 1$ . Daraus folgt  $\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{I}$  und damit  $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$ . Eine Drehmatrix kann aus einer Orthonormalbasis des  $\mathbb{R}^3$  gebildet werden, in dem die drei Basisvektoren  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  spaltenweise in eine Matrix geschrieben werden:  $\mathbf{R} = [\mathbf{e}_1 | \mathbf{e}_2 | \mathbf{e}_3]$ . Die Menge der Drehmatrizen bildet mit der Matrizenmultiplikation eine Gruppe, die Spezielle Orthogonale Gruppe  $SO_3$ . Drehmatrizen ermöglichen eine direkte Anwendung der Drehung auf einen Vektor durch Multiplikation mit diesem.

Eine Drehmatrix erlaubt die Anwendung der Drehung auf einen Vektor in einfacher Weise durch Multiplikation mit diesem. Damit können auch mehrere aufeinanderfolgende Drehung ausgeführt. Weiterhin kann eine Drehung durch Multiplikation mit der Transponierten der Drehmatrix invertiert werden.

### Achse und Winkel

Allgemein kann eine Orientierung durch Angabe eines Richtungsvektors der Drehachse und des Winkels der Drehung um diese Achse angegeben werden. Mit Hilfe der Darstellung in Achse und Winkel kann eine sinnvolle Interpolation zwischen zwei Orientierungen

gen durchgeführt werden. Dazu wird die relative Drehung zwischen beiden Orientierung in Achse und Winkel parametrisiert. Anschließend wird eine neue relative Drehung aus dem interpolierten Winkel und unveränderter Achse erzeugt und auf die erste Orientierung angewendet. Die Richtung der Achse und der Winkel können aus einer Drehmatrix berechnet werden. Umgekehrt liefert die Formel von Rodrigues eine Drehmatrix aus gegebener Drehachse und Winkel. Für die konkrete Berechnung wird auf die Literatur (beispielsweise [22]) verwiesen.

## 11.2 Singulärwertzerlegung

Jede  $m \times n$ -Matrix  $\mathbf{A}$  mit Werten aus  $\mathbb{R}$  kann als Produkt von drei Matrizen der Form

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (11.1)$$

dargestellt werden, wobei  $\mathbf{U}$  eine orthonormale  $m \times m$ -Matrix und  $\mathbf{V}$  eine orthonormale  $n \times n$ -Matrix ist. Weiterhin ist  $\mathbf{S}$  eine Diagonalmatrix der Größe  $m \times n$ . Die Elemente  $\sigma_i$  der Hauptdiagonalen von  $\mathbf{S}$  sind die *Singulärwerte* von  $\mathbf{A}$ , wobei  $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_k$  angenommen werden kann. Die Singulärwerte entsprechen den Wurzel der Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  [9]. Die Zerlegung nach Gleichung 11.1 wird als *Singulärwertzerlegung* der Matrix  $\mathbf{A}$  bezeichnet.

Die Singulärwertzerlegung ermöglicht die Berechnung der Pseudoinversen  $\mathbf{A}^+$  von  $\mathbf{A}$ . Dabei hat  $\mathbf{A}^+$  folgende Eigenschaften [18] :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{A}^+\mathbf{A} &= \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^+\mathbf{A}\mathbf{A}^+ &= \mathbf{A}^+ \\ (\mathbf{A}\mathbf{A}^+)^T &= \mathbf{A}\mathbf{A}^+ \\ (\mathbf{A}^+\mathbf{A})^T &= \mathbf{A}^+\mathbf{A} \end{aligned}$$

Falls  $\mathbf{A}$  regulär ist, so gilt  $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^{-1}$ . Aus der Singulärwertzerlegung ergibt sich  $\mathbf{A}^+$  durch

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{V}\mathbf{S}'\mathbf{U}^T,$$

wobei  $\mathbf{S}'$  eine Diagonalmatrix mit den Einträgen  $1/\sigma_i$  ist.

Die Pseudoinverse liefert mit  $\mathbf{x}^* = \mathbf{A}^+\mathbf{b}$  die Lösung eines überbestimmten Gleichungssystem  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$  in dem Sinne, dass

$$\mathbf{x}^* = \operatorname{argmin} |\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}|^2 \quad (11.2)$$

gilt und  $\mathbf{x}^*$  unter allen Lösungen die kleinste besitzt [8].

## 11.3 Ermittlung der Lageänderung eines starren Körpers

Der Inhalt dieses Abschnitts besteht in der Beschreibung von Möglichkeiten zur Bestimmung der Transformationsparameter bei einer Lageänderung eines starren Körpers anhand der Absolutkoordinaten körperfester Punkte. Das heißt es werden die Verschiebung  $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$  und die Drehung  $\mathbf{R} \in SO_3$  des Körpers ermittelt. Mit diesen kann dann beispielsweise aus Position und Orientierung des Körpers vor der Lageänderung die Position und Orientierung nach der Lageänderung berechnet werden. Die beiden Lage werden mit Anfangs- und Endlage bezeichnet.

Die Lage eines starren Körpers wird durch ein lokales Koordinatensystem repräsentiert, welches frei auf dem Körper definiert werden kann. Die Änderung der Lage des Körpers führt zu einer Änderung der Absolutkoordinaten von körperfesten Punkten und zu einer Änderung des Koordinatensystems. Das bedeutet, es müssen die Transformationsparameter zwischen zwei Koordinatensystemen mit Hilfe identischer Punkte bestimmt werden.

Für die Bestimmung werden  $n$  körperfeste Punkte ausgezeichnet. Dabei sollte  $n \geq 3$  gelten und die Punkte sollten nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Anderfalls gibt es keine eindeutige Orientierung. Die Koordinaten der Punkte seien  $\mathbf{p}_i^1 \in \mathbb{E}^3$  in der Anfangs- und  $\mathbf{p}_i^2 \in \mathbb{E}^3$  in der Endlage mit  $i = 1, \dots, n$ .

Der einfachste Fall ist  $n = 3$ , da aus drei Punkten ein lokales Koordinatensystem definiert werden kann. Die Festlegung der Orientierung kann durch Konstruktion einer Orthonormalbasis  $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$  des  $\mathbb{R}^3$  aus den drei Punkten erfolgen, ähnlich wie in Abschnitt 6.4 beschrieben. Diese drei Basisvektoren werden zeilenweise in eine Drehmatrix übernommen. Für die Festlegung der Position kann einer der drei Punkte verwendet werden. Die Berechnung im Anfangszustand ergibt dann ein Koordinatensystem  $(\mathbf{t}^1, \mathbf{R}^1)$  und im Endzustand  $(\mathbf{t}^2, \mathbf{R}^2)$ . Daraus folgt für die Lageänderung  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^2(\mathbf{R}^1)^T$  und  $\mathbf{t} = \mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_1$ .

Für  $n > 3$  kann diese Methode prinzipiell auch angewendet werden. Sind die Koordinaten jedoch fehlerbehaftet, wie es bei Messwerten der Fall ist, so ist dieses Vorgehen ungünstig. Die Fehler werden durch die Orthonormierung verstärkt, so dass die Orientierung stark fehlerbehaftet ist. Geeigneter ist daher die Verwendung eines Algorithmus, der für einen Ausgleich im Sinne kleinster Fehlerquadrate sorgt. Ein solcher Algorithmus ist in [2] beschrieben. Dieser ist für eine beliebige Anzahl  $n \geq 3$  Punkte geeignet und ist robust gegenüber Messfehlern. Im Folgenden erfolgt eine Darstellung dieses Algorithmus in Anlehnung an [2].

Mit der Transponierten der relativen Drehmatrix  $\mathbf{R}$  und Verschiebung  $\mathbf{t}$  lautet die Beziehung zwischen den Koordinaten vor und nach der Lageänderung unter Berücksichti-

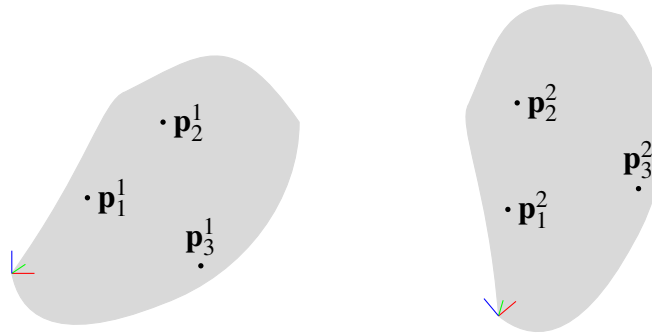


Abbildung 11-1: Punkte auf einem Starrkörper und Bezeichnungen vor und nach der Lageänderung.

gung eines normalverteilten Messfehlers  $\mathbf{r}_i$ :

$$\mathbf{p}_i^2 = \mathbf{R}\mathbf{p}_i^1 + \mathbf{t} + \mathbf{r}_i, i = 1, \dots, n. \quad (11.3)$$

Die Rotation  $\mathbf{R}$  und die Translation  $\mathbf{t}$ , sowie die Vektoren  $\mathbf{r}_i$  sind dabei unbekannt. Das Ziel besteht darin,  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{t}$  so zu bestimmen, dass die Funktion

$$f(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{p}_i^2 - (\mathbf{R}\mathbf{p}_i^1 + \mathbf{t})\|^2 \quad (11.4)$$

einen minimalen Wert annimmt. Die optimale Lösung von (11.4) sei  $\mathbf{R}^*$ ,  $\mathbf{t}^*$ , d. h.

$$(\mathbf{R}^*, \mathbf{t}^*) = \underset{\mathbf{R} \in SO_3, \mathbf{t} \in \mathbb{R}^3}{\operatorname{argmin}} f(\mathbf{R}, \mathbf{t}). \quad (11.5)$$

Hierbei tritt die Nebenbedingung auf, dass  $\mathbf{R}$  eine Drehmatrix sein muss. Um dieses Kleinste-Quadrate-Problem effizient zu lösen, werden Rotation und Translation getrennt und zunächst die Rotation und anschließend die Translation bestimmt.

Die Menge  $\{\mathbf{p}_i\}$  entsteht dann durch Transformation der  $\mathbf{p}_i^1$  mit  $\mathbf{R}^*$  und  $\mathbf{t}^*$ :

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{R}^* \mathbf{p}_i^1 + \mathbf{t}^*, i = 1, \dots, n. \quad (11.6)$$

Der Schwerpunkt  $\mathbf{p}_S^2$  von  $\{\mathbf{p}_i^2\}$  ist gleich dem Schwerpunkt  $\mathbf{p}_S$  dieser Menge  $\{\mathbf{p}_i\}$ :

$$\mathbf{p}_S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i^2 = \mathbf{p}_S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i. \quad (11.7)$$

Weiterhin ist  $\mathbf{p}_S$  gleich dem transformierten Schwerpunkt  $\mathbf{p}_S^1$  von  $\{\mathbf{p}_i^1\}$ :

$$\mathbf{p}_S = \mathbf{R}^* \mathbf{p}_S^1 + \mathbf{t}^* \text{ mit } \mathbf{p}_S^1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i^1. \quad (11.8)$$

Für Anfangs- und Endlage werden nun die Richtungsvektoren aller Punkte zum entsprechenden Schwerpunkt gebildet:

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_i^1 &= \mathbf{p}_i^1 - \mathbf{p}_S^1, i = 1, \dots, n \text{ und} \\ \mathbf{q}_i^2 &= \mathbf{p}_i^2 - \mathbf{p}_S^2, i = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Durch Einsetzen in (11.4) ergibt sich:

$$f(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{p}_i^2 - (\mathbf{R}\mathbf{p}_i^1 + \mathbf{t})\|^2 = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{q}_i^2 + \mathbf{p}_S^2 - (\mathbf{R}(\mathbf{q}_i^1 + \mathbf{p}_S^1) + \mathbf{t})\|^2 \quad (11.9)$$

$$= \sum_{i=1}^n \|\mathbf{q}_i^2 + \mathbf{p}_S^2 - \mathbf{R}\mathbf{q}_i^1 - (\mathbf{R}\mathbf{p}_S^1 + \mathbf{t})\|^2. \quad (11.10)$$

Im Minimum von  $f(\mathbf{R}, \mathbf{t})$  gilt dann mit  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$  und (11.8)

$$f(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{q}_i^2 + \mathbf{p}_S^2 - \mathbf{R}\mathbf{q}_i^1 - \mathbf{p}_S\|^2 \quad (11.11)$$

und wegen  $\mathbf{p}_S^2 = \mathbf{p}_S$

$$f(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{q}_i^2 - \mathbf{R}\mathbf{q}_i^1\|^2 = f(\mathbf{R}). \quad (11.12)$$

Diese neue Zielfunktion enthält keinen translatorischen Anteil. Die Lösung erfolgt mit Hilfe der Singulärwertzerlegung. Zunächst wird dazu die Matrix

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i^1 (\mathbf{q}_i^2)^T \quad (11.13)$$

gebildet. Die Singulärwertzerlegung von  $\mathbf{H}$  ist

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T. \quad (11.14)$$

Daraus kann  $\mathbf{R}^*$  berechnet werden:

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{V}\mathbf{U}^T. \quad (11.15)$$

Da  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{U}$  orthonormale Matrizen sind, ist auch  $\mathbf{R}^*$  orthonormal. Falls die Determinante von  $\mathbf{R}^*$  gleich 1 ist, so ist dies die gesuchte Rotation. Andernfalls ist  $\mathbf{R}^*$  eine Spiegelung. Dieser Fall kann auftreten, wenn alle  $\mathbf{p}_i$  in einer gemeinsamen Ebene liegen (z. B. bei  $n = 3$ ). Der kleinste Singulärwert in  $\mathbf{W}$  ist dann gleich 0. Korrigiert werden kann dies unter Verwendung einer Matrix  $\mathbf{V}'$ , die aus  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3]$  hervorgeht:

$$\mathbf{V}' = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, -\mathbf{v}_3].$$

Daraus kann  $\mathbf{R}^* = \mathbf{V}'\mathbf{U}^T$  berechnet werden.

Aus der optimalen Lösung  $\mathbf{R}^*$  von (11.12) kann dann  $\mathbf{t}^*$  berechnet werden:

$$\mathbf{t}^* = \mathbf{p}' - \mathbf{R}^* \mathbf{p}. \quad (11.16)$$

Der Beweis, dass  $\mathbf{R}^*$  und  $\mathbf{t}^*$  nach den Gleichungen (11.15) bzw. (11.16) die optimale Lösung der Funktion  $f(\mathbf{R}, \mathbf{t})$  sind, ist in [2] zu finden. Verbesserungen dieses Algorithmus und andere Methode zur Ermittlung der Transformationsparameter starrer Körper sind beispielsweise in [3], [24] oder [21] enthalten.

# Literaturverzeichnis

- [1] Advanced Realtime Tracking GmbH.
- [2] K.S. Arun, T.S. Huang, and S.D. Blostein. Least squares fitting of two 3d point sets. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, (9), 1987.
- [3] J.H. Challis. A procedure for determining rigid body transformation parameters. *Journal of Biomechanics*, 28(6):733 – 737, 1995.
- [4] T.D. Collins, S.N. Ghoussayni, D.J. Ewins, and J.A. Kent. A six degrees-of-freedom marker set for gait analysis: Repeatability and comparison with a modified helen hayes set. *Gait and Posture*, 30(2):173 – 180, 2009.
- [5] R.M. Ehrig, W.R. Taylor, G.N. Duda, and Heller M.O. A survey of formal methods for determining the centre of rotation of ball joints. *Journal of Biomechanics*, 39(15):2798 – 2809, 2006.
- [6] Institut für Mechatronik e.V. alaska/Dynamicus Referenz- und Benutzerhandbuch, 2010.
- [7] S. S.H.U. Gamage and J. Lasenby. New least squares solutions for estimating the average centre of rotation and the axis of rotation. *Journal of Biomechanics*, 35(1):87 – 93, 2002.
- [8] G. Golub and W. Kahan. Calculating the singular values and pseudo-inverse of a matrix. *J. SIAM Numer. Anal.*, 1965.
- [9] G.H. Golub and C. Reinsch. Singular value decomposition and least squares solutions. *Numerische Mathematik*, 14(5):403–420, 1970.
- [10] D. Gross, W. Hauger, J. Schröder, and W. A. Wall. *Technische Mechanik, Band 1 Statik*. Springer-Verlag, 2008.
- [11] S. Holzreiter. Calculation of the instantaneous centre of rotation for a rigid body. *J Biomech*, 24(7):643–7, 1991.
- [12] M.P. Kadaba, H.K. Ramakrishnan, and M.E. Wootten. Measurement of lower extremity kinematics during level walking. *J Orthop Res*, 8(3):383–92, 1990.
- [13] LUKOtronic Bewegungsanalysesysteme.

- [14] A. A. Maciejewski. Motion simulation: Dealing with the ill-conditioned equations of motion for articulated figures. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, 10(3):63–71, 1990.
- [15] D. Möbius. Markerlose Videoanalyse der Bewegung eines Körpers mit optimaler Steuerung, Diplomarbeit. 2008.
- [16] J. Nocedal and S.J. Wright. *Numerical optimization*. Springer-Verlag, 2. ed. edition, 2006.
- [17] J. O'Brien, B. Bodenheimer, G. J. Brostow, and J. K. Hodgins. Automatic joint parameter estimation from magnetic motion capture data. In *in Graphics Interface*, pages 53–60, 2000.
- [18] R. Penrose. A generalized inverse for matrices. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 51(03):406–413, 1955.
- [19] Jacqueline Perry. *Ganganalyse*. Urban und Fischer, 2003.
- [20] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical recipes in C (2nd ed.): The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1992.
- [21] I. Söderkvist and P. Wedin. Determining the movements of the skeleton using well-configured markers. *Journal of Biomechanics*, 26(12):1473 – 1477, 1993.
- [22] A. A. Shabana. *Dynamics of Multibody Systems*. Cambridge University Press, 2005.
- [23] M.-C. Silaghi, R. Plänkers, R. Boulic, P. Fua, and D. Thalmann. Local and global skeleton fitting techniques for optical motion capture. Springer-Verlag, 1998.
- [24] C.W. Spoor and F.E. Veldpaus. Rigid body motion calculated from spatial coordinates of markers. *Journal of Biomechanics*, 13(4):391–393, 1980.
- [25] Vicon Motion Systems.
- [26] C. Welman. Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation. Master's thesis, Simon Fraser University, 1993.
- [27] D. E. Whitney. Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses. *Man Machine Systems, IEEE Transactions on*, 10(2):47–53, 1969.
- [28] V. Wunsch. *Differentialgeometrie*. B.G.Teubner Verlagsgesellschaft, 1997.
- [29] Xsens, [www.xsens.com](http://www.xsens.com).



## Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Mittweida, 5. August 2010